

ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE
FAKULTA STAVEBNÍ

KATEDRA FYZIKY



HABILITAČNÍ PRÁCE

Lomové charakteristiky betonu vystaveného
působení vysokých teplot

Praha, 2005

RNDr. Vítězslav Vydra, CSc.

Abstrakt

Tato práce se zabývá především studiem mechanických vlastností betonu vystaveného působení vysokých teplot do 1000 °C. Složení studovaného betonu je shodné s betonem použitým při konstrukci ochranných obálek reaktorů jaderné elektrárny Temelín. Vlastnosti jsou určovány na vzorcích betonu ve stáří 28, 90 respektive 180 dní. Hlavní pozornost je věnována zkouškám získaným trojbodovým ohybem trámců. Studovány jsou klasické pevnostní charakteristiky, tj. reziduální pevnost v tlaku, v tahu a v tahu ohybem, ale zejména charakteristiky lineární i nelineární lomové mechaniky jako hodnota kritického faktoru intenzity napětí, parametry modelu efektivní trhliny, tj. délka efektivní trhliny a efektivní hodnota kritického faktoru napětí. Je navržena nová metoda určování délky efektivní trhliny. Dále jsou navrženy některé nové parametry vhodné ke kvantitativnímu hodnocení tvaru křivek získaných trojbodovým ohybem trámců (koeficient změkčení β a index změkčení γ). Součástí práce je nově navržená metoda určování lomové energie nezávislé na rozměrech studovaného vzorku (G_∞) na základě modelu efektivní trhliny a kompletních $l-d$ křivek získaných třibodovým ohybem.

Abstract

This work deals with studies of mechanical properties of concrete exposed to high temperatures up to 1000 °C. Concrete mixtures are the same as that ones used in construction of containments of reactors in nuclear power plant Temelín, Czech Republic. Residual compression strength and tensile splitting strength are determined using standardised procedures, flexural strength and modulus of elasticity are determined using three point bend tests. Characteristics of linear as well as non-linear mechanics are determined from complete $l-d$ curves i.e. fracture toughness, effective fracture toughness, effective crack length and fracture energy. A new method of evaluation of effective crack length is presented. Softening coefficient β and softening index γ are presented as suitable parameters for quantitative evaluation of the shape of $l-d$ curves with respect to britleness. A new method of determination of G_∞ (the size independent fracture energy) using complete $l-d$ curves and an effective crack model is suggested. Two set of concrete samples are used i.e. samples 90 days old and samples 180 days old.

Obsah

Symboly a zkratky	5
1 Cíle práce	9
2 Úvod	11
3 Mechanické vlastnosti betonu - úvod do problematiky	13
3.1 Tuhost a pevnost	13
3.2 Lomové charakteristiky LEFM	15
3.2.1 Kritická hnací síla trhliny G_c a kritický faktor intenzity napětí K_{Ic}	15
3.2.2 Křehkostní číslo s	20
3.3 Nelineární lomové charakteristiky	21
3.3.1 Model efektivní trhliny	21
3.3.2 Model fiktivní trhliny	22
3.3.3 Charakteristická délka l_{ch}	25
3.3.4 Metoda lomové energie a lomové práce	25
3.3.4.1 Lomová energie nezávislá na tvaru a velikosti zkušebních vzorků	26
3.3.5 Modelování $l-d$ diagramů matematickými funkcemi	28
3.4 Vliv teploty na mechanické vlastnosti betonu	29
3.4.1 Vliv vlhkosti betonu	30
3.4.2 Narušení vazby mezi cementovou pastou a kamenivem	32
4 Experimentální stanovení vlastností betonu a jejich analýza	35
4.1 Příprava vzorků, použitý materiál	35
4.2 Ohřev vzorků	35
4.3 Základní charakteristiky betonu ve stáří 28 dní	36
4.4 Nanoporozita určená plynovou adsorpční metodou BET	40
4.5 Uspořádání experimentů TPB	40
4.6 Analýza křivek	41

4.7	Pevnost	44
4.8	Modul pružnosti E	46
4.9	Kritická hnací síla trhliny G_c a kritický faktor intenzity napětí K_{Ic}	47
4.10	Charakteristiky efektivní trhliny	49
4.10.1	Délka efektivní trhliny	49
4.11	Lomová energie	53
4.11.1	Lomová energie podle RILEMU	53
4.11.2	Lomová energie nezávislá na tvaru vzorku v rozšířeném modelu efektivní trhliny	54
4.11.3	Vliv kameniva	63
4.12	Modelování l - d diagramů matematickými funkcemi	67
4.13	Model fiktivní trhliny	71
4.13.0.1	Charakteristická délka l_{ch}	71
4.14	Nespecifické lomové charakteristiky	71
4.14.1	Index křehkosti \mathcal{B}	71
4.14.2	Index plastické deformace \mathcal{P}	73
5	Shrnutí, závěry a diskuse	75
	Literatura	77

Symbols and abbreviations

SYMBOL	ČESKÝ NÁZEV	ANGLICKÝ NÁZEV	JEDNOTKY
a	délka trhliny	crack length	[mm]
a_e	délka efektivní trhliny	effective crack length	[mm]
a_0	délka zářezu (vrubu)	notch depth	[mm]
a_l	kritická šířka ligamentu	transition ligament size	[mm]
α	$\alpha = a_0/W$ (relativní délka zářezu respektive trhliny)		[-]
α	index zpevnění ¹	hardening index	[-]
B	tloušťka trámce	beam thickness	[mm]
\mathcal{B}	index křehkosti betonu	brittleness index for concrete	[-]
β	koeficient změkčení ²	softening coefficient	[-]
δ	průhyb trámce	displacement of the load point	[mm]
δ_u	průhyb trámce při maximálním zatížení	displacement of the load point at ultimate load	[mm]
E	modul pružnosti v tahu		[Pa]
\mathcal{E}	tuhost trámce	stiffness of the beam	[N/m]
FEM	metoda konečných prvků	finite element method	—
FPZ	lomová procesní zóna	fracture process zone	—
f_c	pevnost v tlaku	compressive strength	[Pa]
f_t	pevnost v tahu	strength in tension	[Pa]
f_{cf}	pevnost v tahu za ohybu	flexural strength	[Pa]
f_{ct}	pevnost v příčném tahu	tensile splitting strength	[Pa]
\mathcal{F}	index deformace při porušení		[-]

¹Podle ZHANG ET AL.[1].

²Podle ZHANG ET AL.[1].

SYMBOL	ČESKÝ NÁZEV	ANGLICKÝ NÁZEV	JEDNOTKY
G	rychlost uvolňování deformační energie, hnací síla trhliny	energy release rate	[J/m ² , N/m]
g^F	energie na vytvoření jednotkové plochy trhliny ³	local fracture energy	[J/m ² , N/m]
G_c	kritická hnací síla trhliny	critical energy release rate, crack extension force	[J/m ² , N/m]
G_{ce}	efektivní hodnota G_c	effective critical energy release rate	[J/m ² , N/m]
G_f	energie na vytvoření jednotkové plochy trhliny ⁴		[J/m ² , N/m]
G_F	lomová energie ⁵	fracture energy	[J/m ² , N/m]
G_∞	lomová energie nezávislá na velikosti vzorku	size-independent fracture energy	[J/m ² , N/m]
\mathcal{G}	specifická lomová energie na jednotku objemu lomové procesní zóny		[J/m ³]
γ	energie na vytvoření jednotkové plochy povrchu materiálu ⁶	surface energy	[J/m ² , N/m]
γ	index změkčení ⁷	softening index	[-]
hcp	hydratovaná cementová pasta	hydrated cement paste	—
K_I	faktor intenzity napětí	stress intensity factor	[Pa√m]
K_{Ic}	kritický faktor intenzity napětí, lomová houževnatost	fracture toughness, critical stress intensity factor	[Pa√m]
K_{Ice}	efektivní kritický faktor intenzity napětí, lomová houževnatost	effective fracture toughness, effective critical stress intensity factor	[Pa√m]
l	délka lomové procesní zóny	crack process zone length	[mm]
L	délka trámce	length of the beam	[mm]

³Podle modelu fiktivní trhliny (HILLEBORG [2]).

⁴Podle GRIFFITHA [3].

⁵Dle doporučení RILEM [4].

⁶Podle GRIFFITHA [3].

⁷Podle ZHANG ET AL. [1].

SYMBOL	ČESKÝ NÁZEV	ANGLICKÝ NÁZEV	JEDNOTKY
$l-d$	diagram zatížení-průhyb	load-displacement diagram	
LEFM	lineárně elastická lomová mechanika	linear elastic fracture mechanics	—
NLFM	nelineární lomová mechanika	non-linear fracture mechanics	
P	síla působící na vzorek	load	[N]
P_u	mezní (maximální) síla	ultimate load	[N]
\mathcal{P}	index plastické deformace		[-]
S	rozpětí podpor	beam span	[mm]
s	křehkostní číslo	brittleness number	[-]
σ_c	kritické napětí	critical strength	[Pa]
σ_{Nc}	kritické nominální napětí	nominal critical strength	[Pa]
σ_u	nominální napětí při mezní síle	ultimate nominal stress	[Pa]
σ_N	nominální napětí	nominal (representative) stress	[Pa]
TPB	zkouška trojbodovým ohybem	three point bending test	
U_e	potenciální elastická energie		[J]
W	šířka trámce	beam width	[mm]
W_P	lomová práce, práce vnějších sil ⁸	work of fracture	[J, Nm]
W_e	práce elastických sil		[J, Nm]
W_P	práce vnějších sil		[J, Nm]
w, w_{FPZ}	šířka lomové procesní zóny	fracture process zone width	[mm]
$Y(\alpha)$	funkce geometrie	function of geometry	[-]

⁸Dle RILEMU [4].

Cíle práce

Tato práce si klade za cíl prohloubit naše znalosti o vlivu vysokých teplot na mechanické vlastnosti betonu, zejména na schopnost odolávat šíření trhlin v masivních konstrukcích typu ochranné obálky reaktoru jaderné elektrárny. Tohoto cíle bude dosaženo zpracováním řady provedených experimentů z hlediska lomové mechaniky, případně vyvinutím některých nových metod na určování lomových charakteristik betonu. Experimenty budou následující:

1. Dva soubory vzorků stejného složení, ale různého stáří (90 resp. 180 dní) budou vystavovány teplotám v intervalu 100 – 1000 °C a po každém takovém žhání budou měřeny pevnostní a lomové charakteristiky, tj. pevnost v tahu ohybem, pevnost v tlaku a pevnost v příčném tahu. Při měření pevnosti v tahu tříbodovým ohybem budou zaznamenány kompletní *l-d* křivky měřené v režimu rostoucí deformace, které poslouží k určení dalších lomových charakteristik.
2. Jako doplňující experimenty budou provedeny DTA analýza zkoumaného betonu, mineralogický rozbor složení cementu, měření porozity a některých dalších fyzikálních vlastností betonu.
3. Zpracování bude provedeno v tabulkovém procesoru Excel s využitím programovacího jazyka VBA.

Všechny provedené testy budou provedeny na vzorcích jejichž receptura a použité materiály odpovídají betonu užívanému při stavbě kontejnmentu jaderné elektrárny Temelín. Výsledky tak mohou sloužit ke zvýšení jaderné bezpečnosti v České republice.

Úvod

Beton je široce používán jako hlavní konstrukční materiál v moderních konstrukcích pro svoji vysokou schopnost odolávat působení tlakových sil a pro svoji trvanlivost. Beton má nicméně i některé nedostatky. Jedním z nich je omezená houževnatost, respektive křehkost, kvůli které se mohou betonové konstrukce zřítit náhle nebo dokonce explozivně. Tento problém narůstá s rostoucí pevností betonu a s velikostí konstrukcí. Vysokopevnostní beton stejně jako masivní betonová konstrukce je schopen odolávat působení značných sil. Pokud je však mez pevnosti byť jen lokálně překročena může dojít ke katastrofě a to bez předchozího varování, tj bez plastické deformace předcházející zřícení. Tomuto problému byla věnována již značná pozornost, zejména však při běžných teplotách. Zájem o působení zvýšených teplot na mechanické vlastnosti betonu vnikl poměrně nedávno. Na celém světě přitom vzniká nebo již stojí řada rozměrných betonových konstrukcí (TV věží, přehrad, mostů, ochranných obálek jaderných elektráren atd.), které jsou vystaveny riziku působení vysokých teplot, ať už v důsledku požáru, jaderné havárie nebo teroristického útoku. Vystavení vysokým teplotám může být šokové (rychlý ohřev nebo rychlé ochlazení) nebo dlouhodobé. Od betonu použitého v těchto konstrukcích se přitom očekává, že si ponechá alespoň část svých mechanických vlastností jak během působení vysokých teplot, tak po vychladnutí.

Tato práce vnikla zpracováním většího množství experimentálních dat, získaných na vzorcích betonu použitého při konstrukci ochranné obálky (kontejnmentu) jaderné elektrárny Temelín. Ukázalo se, že pro interpretaci hlavních výsledků získaných trojbodovým ohybem trámů, je nezbytně nutné použít přístupy a metody lomové mechaniky. Lomová mechanika je poměrně mladá vyvíjející se disciplína, přehledová literatura prakticky neexistuje, stejné veličiny jsou různými autory jinak nazývány i označovány a naopak veličiny shodného významu jsou označovány různě. Pro lepší orientaci v symbolech používaných v této práci byla sestavena tabulka na straně 5.

Mechanické vlastnosti betonu - úvod do problematiky

3.1 Tuhost a pevnost

Základem navrhování a posuzování konstrukcí je lineární teorie pružnosti a pevnosti, která používá dvě základní charakteristiky betonu:

1. *Tuhost*, která vyjadřuje schopnost betonu (konstrukce) odolávat působícímu napětí (síle) v oblasti elastického chování. Chování materiálu popisuje Hookův zákon, materiálovým parametrem je modul pružnosti E . Chování konstrukce lze popsat analogicky jako vztah působící síly P a deformace δ : $P = \mathcal{E}\delta$, kde \mathcal{E} je tuhost konstrukce¹. Například v případě *třibodového ohybu trámce*² se jeho tuhost určí jako počáteční směrnice l - d křivky³ $\mathcal{E}_{d0} = \frac{\Delta P}{\Delta \delta} \Big|_{\delta=0} = \mathcal{E}_0 = \frac{P}{\delta}$.
2. *Pevnost*, která je vyjádřena pomocí meze pevnosti σ_u , která je do určité míry materiálovým parametrem, respektive pomocí mezní síly P_u , která vyjadřuje mez pevnosti konkrétní konstrukce.

Modul pružnosti E je možné experimentálně určit různými metodami, jednou z možností je využít testů trojbodovým ohybem pomocí vztahu odvozeného metodou konečných prvků STIBOREM [5]:

$$E = \frac{\mathcal{E}_0}{4B} \left(\frac{S}{W} \right)^3 \left[1 - 0,387 \frac{W}{S} + 12,13 \left(\frac{W}{S} \right)^{2,5} \right] + \frac{9}{2} \frac{\mathcal{E}_0}{B} \left(\frac{S}{W} \right)^2 F_1(\alpha), \quad (3.1)$$

kde \mathcal{E}_0 je tuhost trámce určená z počáteční směrnice l - d křivky a

¹Případně $dP = \mathcal{E}_d d\delta$, kde \mathcal{E}_d je diferenciální tuhost konstrukce.

²Viz obrázek 4.5 na straně 41.

³viz obrázek 4.10 na straně 46.

$$F_1(\alpha) = \int_0^\alpha xY^2(x) dx \quad (3.2)$$

je integrál funkce geometrie definované vztahem 3.13.

BAŽANT [6] uvádí jednodušší vztah

$$E = \frac{\mathcal{E}_0}{4B} \left(\frac{S}{W(1-\alpha)} \right)^3 \lambda(\alpha), \quad (3.3)$$

kde $\lambda = 1,379 \exp \{ -1,463\alpha^2 - 0,036(S/W)^2 - 0,201\alpha(S/W) + 0,004(S/W)^3 \}$ je funkce geometrie, platná v intervalu $4 \leq S/W \leq 8^4$.

Pevnost betonu v tlaku f_c^5 se určuje dle ČSN EN 12390-3 [7].

Pevnost betonu v tahu ohybem je dle ČSN EN 12390-5 [8] definována jako maximální nominální napětí na spodním okraji tříbodově ohýbaného trámce, tj.

$$f_{cf} \equiv \sigma_{Nu} = \frac{3P_u S}{2BW^2}, \quad (3.4)$$

kde P_u je maximální síla působící na trámec během zkoušky. Ostatní symboly jsou zřejmé z obrázku 4.5 na straně 41.

Pevnost betonu v příčném tahu f_{ct} se určuje testem podle ČSN EN 12390-6 [9] s použitím vztahu

$$f_{ct} \equiv \sigma_{Nu} = \frac{2P_u}{\pi BS}.$$

Pevnost betonu v příčném tahu se obvykle považuje za prakticky totožnou s pevností v tahu f_t .

Přístup lineární teorie pružnosti má své limity. Jedním z těchto limitů je, že jej nelze dobře použít pro výpočet šíření a stability trhlin. Vychází totiž pouze z kritéria pevnosti a nebere do úvahy, že šíření trhliny vyžaduje *energii*. Nehodí se proto zejména na výpočty stability masivních konstrukcí (např. ochranné obálky jaderné elektrárny). Představme si trámec namáhaný na tah, u kterého je nominální napětí $\sigma_N = \frac{P}{WB}$ menší než pevnost v tahu. Lze předpokládat, že v některém místě je trámec oslaben (nehomogenitou materiálu nebo trhlinou) a v tomto místě napětí lokálně vzroste nad pevnost v tahu a začne se šířit trhlina. V materiálu kolem trhliny napětí poklesne a přitom se uvolní potenciální elastická energie. Ta se využije k dalšímu šíření trhliny. Tím se ovšem zmenší průřez konstrukce, dále roste napětí a dojde až k explozivní destrukci. Je zřejmé, že takový katastrofický scénář nemusí nastat, pokud není k dispozici dostatek *energie* na tvorbu trhliny. Více energie (elastické energie) je přitom k dispozici v masivních konstrukcích (tzv. size-effect [10], viz obr. 3.3). Další podrobnosti jsou uvedeny v části 3.2.2.

Šíření trhlin je možné studovat s využitím numerických metod (FEM). První modely tohoto typu předpokládaly, že napětí v betonu klesá k nule ihned po dosažení

⁴V našem případě je $S/W = 3$.

⁵Mezi f_c a f_t platí empirický vztah $f_t \approx 0,55\sqrt{f_c}$ s chybou $< 10\%$ [5].

meze pevnosti - obrázek 3.1(a) - obr. vlevo. Tento přístup však vedl k různým výsledkům, podle toho jaká síť byla při výpočtu použita (obr. (b) – (e)). RASHID [11] zavedl do numerických výpočtů metodou FEM nelineární chování tj. *změkčení* materiálu - obrázek 3.1 (a) - obr. vpravo.

3.2 Lomové charakteristiky LEFM

3.2.1 Kritická hnací síla trhliny G_c a kritický faktor intenzity napětí K_{Ic}

Překonat nedostatky teorie pružnosti uvedené v předchozí kapitole se pokouší lomová mechanika, která je založena na *bilanci energie* v okolí šířící se trhliny. Lomová mechanika může být lineární (LEFM) respektive nelineární.

Lineární lomová mechanika vychází z předpokladu, že beton se deformuje přímo úměrně působícímu napětí až do meze pevnosti. Trhlina se považuje za dvoudimenzionální útvar (což znamená, že beton v blízkém okolí trhliny je nepoškozen, ponechává si své původní, dokonale elastické vlastnosti). Základním parametrem LEFM je *houževnatost*. K jejímu vyjádření se používají dva v podstatě ekvivalentní parametry (materiálové charakteristiky)⁶:

1. *Kritická hnací síla trhliny* G_c vyjadřuje energii potřebnou k vytvoření trhliny, je vztažena na jednotku plochy trhliny.
2. *Kritický faktor intenzity napětí* K_{Ic} , který je často nazýván *lomová houževnatost*.

Energetický přístup do lomové mechaniky poprvé zavedl GRIFFITH [3]. Uvědomil si, že při vzniku trhliny se vytvářejí dva nové povrchy na jejichž vytvoření je třeba dodat energii a vyjádřil ji jako⁷ $G_f a B = 2\gamma a B$. Veličina G_f tedy charakterizuje odpor tělesa proti šíření trhliny neboli lomovou houževnatost materiálu.

Považujeme-li šíření trhliny za adiabatický proces (což beze zbytku platí při rychlém explozivním šíření, ale přibližně i při šíření pomalém) je změna vnitřní energie konstrukce U rovna práci vnějších sil W_p , tj.

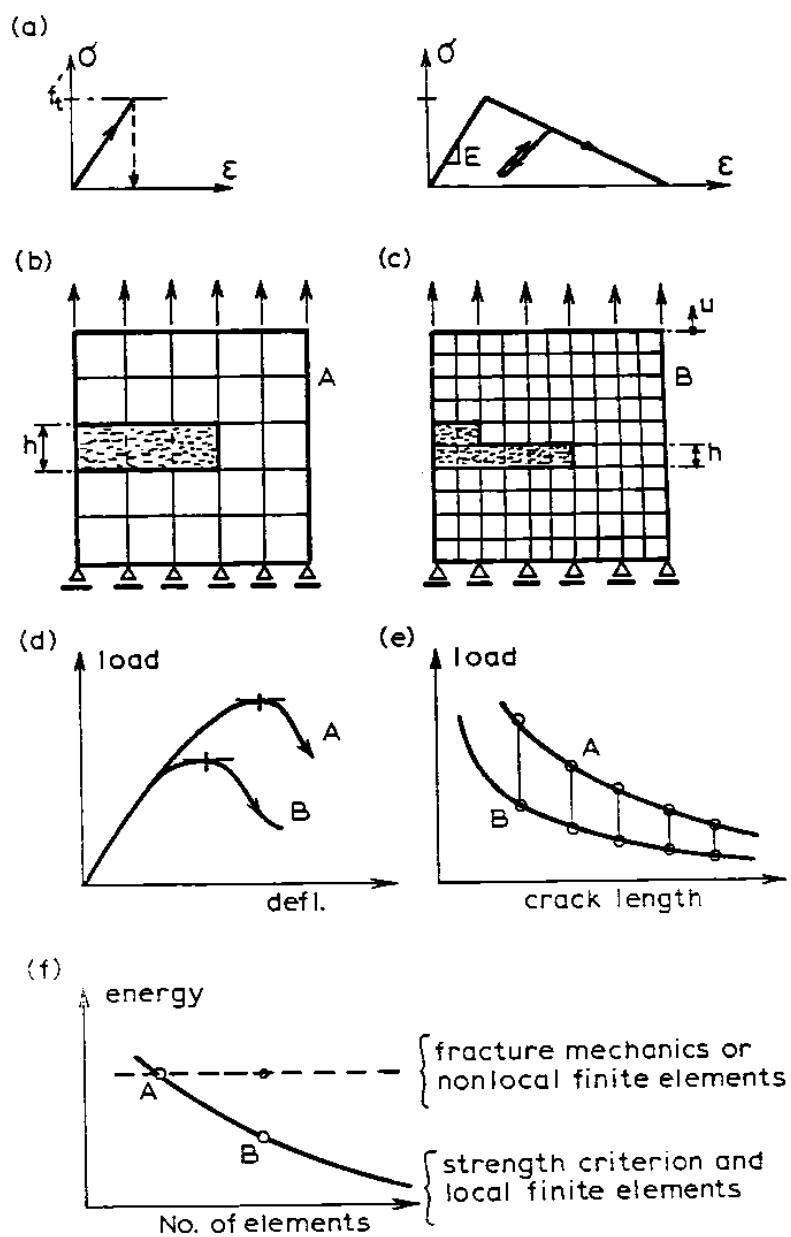
$$dU = dW_p.$$

Vnitřní energie konstrukce je dána především potenciální elastickou energií U_e a energií nově vytvořených povrchů trhliny $G_f a B$. Postupnými úpravami výše uvedené rovnice dostáváme:

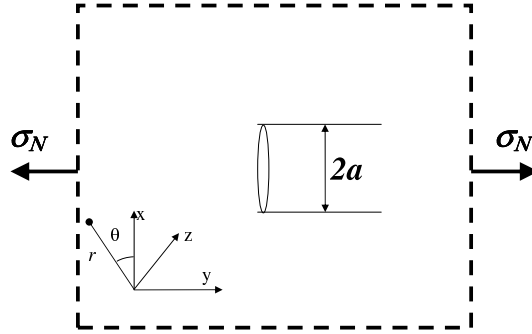
$$d(U_e + G_f a B) = dW_p$$

⁶Za materiálové charakteristiky lze kritickou hnací sílu respektive kritický faktor napětí považovat pouze u křehkých materiálů, u kterých výše uvedené předpoklady LEFM beze zbytku platí. V případě kvazikřehkých materiálů s výraznou lomovou procesní zónou (tj. i v případě betonu) jsou tyto parametry závislé na velikosti zkušebních vzorků (např. HILLERBERG [2]).

⁷ aB je plocha trhliny, G_f je energie na vytvoření jednotkové plochy trhliny, γ je energie na vytvoření jednotkové plochy povrchu (povrchová energie materiálu) - trhlina má dva povrchy proto $G_f = 2\gamma$. Předpokládáme, že trhlina prochází celou tloušťkou vzorku B a má délku a



Obrázek 3.1: Citlivost metody FEM na jemnost sítě [6]



Obrázek 3.2: Eliptická trhlina délky $2a$ v nekonečném vzorku. Napětí je čistě tahové (tzv. mod I).

$$\begin{aligned} d(G_f a B) &= d(W_P - U_e) \\ G_f &= \frac{1}{B} \frac{d(W_P - U_e)}{da} \end{aligned}$$

Pravá strana poslední rovnice se obvykle označuje jako rychlost uvolňování deformační energie nebo jako hnací síla trhliny a značí se G

$$G = \frac{1}{B} \left(-\frac{dU_e}{da} + \frac{dW_P}{da} \right) [J/m^2]. \quad (3.5)$$

V nekonečném vzorku namáhaném v čistém tahu napětím σ_N , ve kterém se kolmo na působící sílu šíří eliptická trhlina (obr. 3.2), je podle INGLISE [12] možné změnu potenciální elastické energie tělesa vyjádřit jako⁸

$$\Delta U_e = -\frac{1}{2} B \pi a^2 \sigma_N^2 / E', \quad (3.6)$$

kde $E' = E$ pro stav rovinné napjatosti, resp. $E' = E/(1 - \nu^2)$ pro stav rovinné deformace.

Rovnici 3.5 je pak možno upravit na tvar

$$G = \pi a \sigma_N^2 / E' + \frac{1}{B} \frac{dW_P}{da}. \quad (3.7)$$

Trhlina se bude šířit, pokud $G > G_f$, kritická hodnota G , tj. $G_c = G_f$, se nazývá *kritická hnací síla trhliny*. Dá se ukázat⁹, že platí $\left| \frac{\partial W_P}{\partial a} \right| \approx \left| \frac{\partial W_e}{\partial a} \right| dP dx$,¹⁰ díky čemuž se druhý člen v rovnici 3.7 dá zanedbat. Napětí vyjádřené z této rovnice je tzv. kritické napětí

$$\sigma_c = \sqrt{\frac{E' G_c}{\pi a}}.$$

⁸Odvození viz [13, str.121].

⁹viz např. [13, str. 118].

¹⁰ dx je posun okrajů tělesa.

Tento vztah lze použít i naopak, tj. hnací síla trhliny se dá určit z experimentálně určeného kritického napětí. Uvedené vztahy však platí jen v případě jednoduché geometrie dle obr. 3.2, k vyjádření napěťových poměrů v okolí špičky trhliny se u reálných těles standardně používá faktor intenzity napětí K_I ¹¹. Ten je definován v modu I (čistý tah) v polárních souřadnicích s počátkem ve vrcholu trhliny jako

$$K_I = \lim_{r \rightarrow 0} \sqrt{2\pi r} \sigma(r, 0). \quad (3.8)$$

Známe-li faktor intenzity napětí, můžeme vyjádřit napětí v okolí trhliny¹², například pro tahové napětí působící na rovinu trhliny platí:

$$\sigma_{yy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \left(1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2}\right) \cos \frac{\theta}{2}. \quad (3.9)$$

V případě geometrie dle obr. 3.2 je $\sigma(r, 0) = \sigma_N \sqrt{\frac{a}{2r}}$ a tedy $K_I = \sigma_N \sqrt{\pi a}$. Tento vztah lze zobecnit pro libovolnou geometrii nahradíme-li nominální napětí $\sigma_N \sqrt{\pi}$ lokálním napětím $\sigma_N Y(\alpha)$ ¹³, pak $K_I = \sigma_N \sqrt{\pi a} Y(\alpha)$. Kritické hodnotě nominálního napětí σ_{cN} odpovídá kritická hodnota faktoru intenzity napětí, která se obvykle nazývá lomová houževnatost

$$K_{Ic} = \sigma_{Nc} \sqrt{a} Y(\alpha). \quad (3.10)$$

Protože $\sigma_c = \sigma_{Nc} Y(\alpha)$ platí též

$$K_{Ic} = \sqrt{E' G_c}, \quad (3.11)$$

a je tedy zřejmé, že známe-li modul pružnosti E lze G vypočítat z K_I a naopak. V inženýrské praxi je se vžilo spíše použití K_I než G , protože slouží k výpočtu stavu napjatosti v okolí vrcholu trhliny.

Je zajímavé si všimnout, že rovnici 3.10 je možno přepsat do tvaru $K_{Ic} = \sigma_{Nc} \sqrt{W} g(\alpha)$, kde $g(\alpha)$ je opět bezrozměrná funkce α . Vyjádříme-li z tohoto vztahu kritické napětí dostaneme po úpravě

$$\log \sigma_{Nc} = -\frac{1}{2} \log W + const.,$$

což je vyjádřením vlivu rozměru na kritické napětí v přiblížení lineární elastické lomové mechaniky (šikmá čára v obr. 3.3).

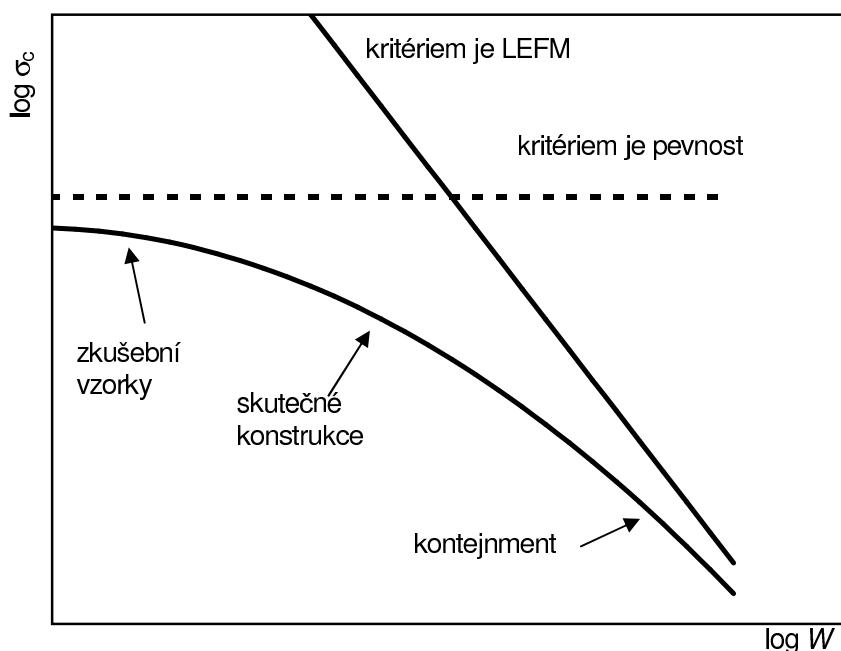
Funkce geometrie $Y(\alpha)$ je v případě uspořádání dle obr. 3.2 rovna jedné, v ostatních případech bývá určena numericky pomocí FEM. V případě *trojbodového ohybu trámce* dle obr. 4.5 lze nominální napětí v místě zářezu nalézt ze vztahu $\sigma_{Nc} = \frac{3SP_u}{2BW^2}$ a vztah 3.10 po dosazení přejde do tvaru:

$$K_{Ic} = \frac{3SP_u}{2BW^2} \sqrt{a} Y(\alpha). \quad (3.12)$$

¹¹Zavedli jej KIES [14] a inženýři firmy BOEING [15].

¹²Standardní vztahy vyjádřené v polárních souřadnicích viz např. [16, 13].

¹³ $Y(\alpha)$ je tzv. funkce geometrie (kde $\alpha = a/W$). Jediná „drobná“ potíž spočívá v tom, že funkce geometrie je známa jen v určitých, geometricky jednoduchých případech.



Obrázek 3.3: Vliv rozměru konstrukce na kritické nominální napětí (tzv. size effect [6]).

Lomovou houževnatost ve smyslu LEFM¹⁴ je tedy možné určit z l - d diagramu získaného během trojbodového ohybu. Funkce geometrie závisí jen na hloubce zářezu a dalších rozměrech zkušebního tělesa. V literatuře (např. v [6]) lze nalézt četná vyjádření této funkce, většinou bývají omezena na určitý rozsah geometrických rozměrů. Např. ČSN EN ISO 12737 [17] uvádí funkci geometrie pro $S = 4W$ a $1 \leq W/B \leq 4$, což tvaru našich vzorků nevyhovuje. Musíme použít univerzální předpis dle PASTORA¹⁵

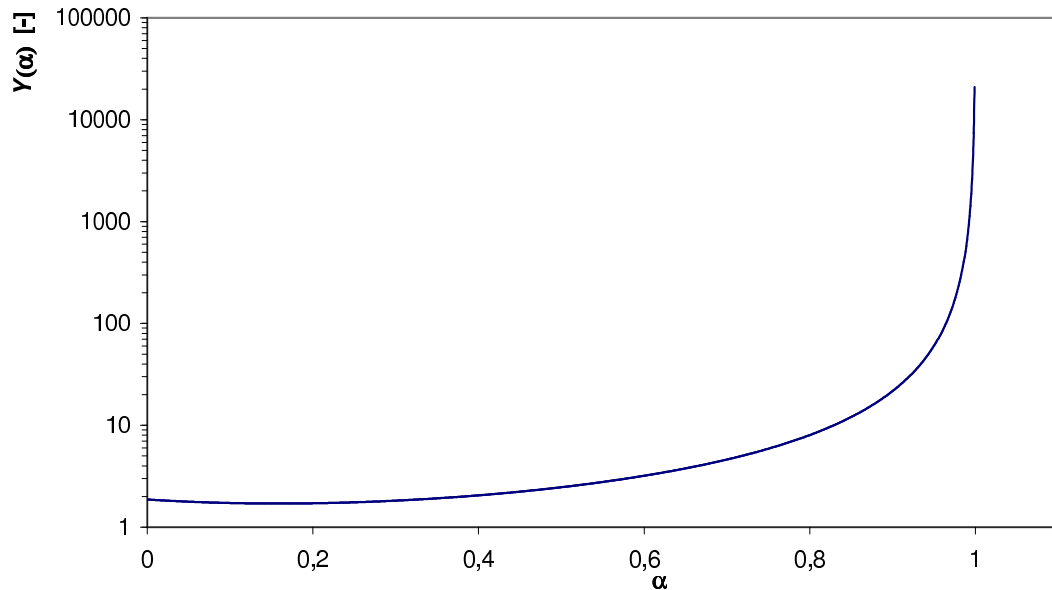
$$Y(\alpha) = Y_{\infty}(\alpha) + 4 \frac{W}{S} (Y_4(\alpha) - Y_{\infty}(\alpha)), \quad (3.13)$$

kde

$$Y_4(\alpha) = \frac{1,9 - \alpha \left[-0,089 + 0,603(1 - \alpha) - 0,441(1 - \alpha)^2 + 1,223(1 - \alpha)^3 \right]}{(1 + 2\alpha)(1 - \alpha)^{3/2}}$$

¹⁴Je třeba poznamenat, že K_{Ic} roste s rostoucí pevností betonu. Je přitom velmi dobře známo, že právě vysokopevnostní betony se vyznačují křehkým lomem, těžko je tedy možné kritický faktor intenzity napětí považovat za dobrou charakteristiku lomové houževnatosti, tj. schopnosti odolávat šíření trhlin.

¹⁵Viz např. STIBOR [5], v jehož práci byla PASTOROVA funkce dokonale prověřena pomocí programu ANSYS.

Obrázek 3.4: Funkce geometrie $Y(\alpha)$ pro trámec trojbodově ohýbaný

a

$$Y_{\infty}(\alpha) = \frac{1,989 - \alpha(1 - \alpha) \left[0,448 - 0,458(1 - \alpha) + 1,226(1 - \alpha)^2 \right]}{(1 + 2\alpha)(1 - \alpha)^{3/2}}$$

Průběh této funkce je znázorněn na obrázku 3.4.

3.2.2 Křehkostní číslo s

Parametrem, který vyjadřuje zda pro danou konstrukci je rozhodující charakteristikou pevnost v tahu f_t nebo kritické nominální napětí ve smyslu LEFM σ_{Nc} je jejich podíl, tzv. křehkostní číslo [16]:

$$s = \frac{\sigma_{Nc}}{f_t} = \frac{K_{Ic}}{f_t \sqrt{a} Y(\alpha)} = \frac{\sqrt{E' G_c}}{f_t \sqrt{a}}. \quad (3.14)$$

Čím je křehkostní číslo menší, tím je konstrukce křehčí¹⁶.

Základním předpokladem platnosti lineární lomové mechaniky je, jak již bylo uvedeno, že trhлина je dvoudimenzionální útvar, jehož hranice (uzavřená křivka) je

¹⁶Křehkostní číslo se dá použít pro hrubý odhad aplikovatelnosti LEFM (pro $s > 10$), resp. aplikovatelnosti kritéria pevnosti (pro $s < 0.1$). V rozsahu $0.1 < s < 10$ je třeba použít přístupy nelineární lomové mechaniky [6]. V případě experimentů tříbodového ohybu zpracovaných v této práci je křehkostní číslo $s \simeq 1$.

Tabulka 3.1: Typická hodnota šířky lomové procesní zóny pro různé materiály ([5, 15])

Materiál	w_{FPZ} [mm]
sklo, diamant	10^{-6}
nástrojářská ocel	10^{-2}
cementová pasta s příměsí křemičitých úletů	1
cementový kámen	5–15
malta	100–200
vysokopevnostní beton	150–300
běžný beton	200–500
přehradní beton	700

jasně definována. Ve skutečnosti se však před špicí trhliny a kolem roviny trhliny vytváří trvale plasticky deformovaná zóna, takzvaná lomová procesní zóna (FPZ), která má určitou, navíc ne zcela přesně definovanou, šířku (viz tabulku 3.1)¹⁷. Pokud je tato šířka zanedbatelná ve srovnání s rozměry studované konstrukce (testovaného vzorku) pak je stále lineární lomová mechanika dobře použitelná. Trhlinu není možné považovat za dvoudimenzionální teprve v případě, že rozměry FPZ jsou srovnatelné s rozměry vzorku či konstrukce. V okolí lomové procesní zóny je napěťové pole významným způsobem deformováno a kritéria stability používaná LEFM ztrácejí svoji platnost a jsou nepoužitelná (vztahy 3.6 a 3.8). V případě velmi masivních konstrukcí (kontejnment JE) jsou předpoklady LEFM obvykle s dostatečnou přesností splněny a kritická hnací síla trhliny stejně jako kritický faktor napětí jsou použitelné při výpočtu stability trhlin. Potíž ale tkví v tom jak tyto materiálové parametry nalézt, máme-li k dispozici pouze výsledky zkoušek na malých vzorcích, jejichž rozměry jsou srovnatelné s rozměry lomové procesní zóny. Tento problém se snaží¹⁸ řešit nelineární lomová mechanika.

3.3 Nelineární lomové charakteristiky

V současnosti se používá několik modelů, které se snaží nahradit nelineární chování betonu v okolí trhliny zjednodušeným popisem. O některých z nich pojednáme v následujících odstavcích.

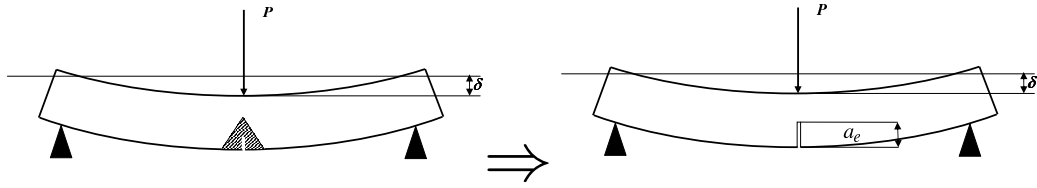
3.3.1 Model efektivní trhliny

Model efektivní trhliny [18] využívá parametry definované v lineární lomové mechanice, tj. faktor intenzity napětí a hnací sílu trhliny. K jejich výpočtu je třeba znát délku trhliny a , která však v případě existence lomové procesní zóny není dobře

¹⁷V případě betonu w_{FPZ} závisí zejména na velikosti použitého kameniva.

¹⁸Dosud ne zcela úspěšně.

definovaná¹⁹. V případě tříbodového ohybu trámce je *efektivní délka trhliny* a_{eu} zavedena jako délka trhliny (resp. fiktivního zářezu), při níž by měl *dokonale elastický* trámec při stejném maximálním zatížení P_u stejné prohnutí δ_u ²⁰ (obr. 3.5). Znamená



Obrázek 3.5: Zavedení efektivní délky trhliny. Parametr a_{eu} se určí pro $P = P_u$ a $\delta = \delta_u$.

to, že trámec je podle tohoto modelu až do meze pevnosti v celém objemu dokonale elastický, avšak „změkčený“ zářezem délky $a_{eu} > a_0$. Efektivní délku trhliny je možné určit z trojbodového testu ze vztahu 3.1²¹, když za α dosadíme $\alpha_{eu} = a_{eu}/W$ a za \mathcal{E} dosadíme $\mathcal{E}_u = \frac{P_u}{\delta_u}$. To vede ovšem k nelineární rovnici, kterou je nutné řešit numericky. Zajímavé je, že NALLATHAMBI a KARIHALOO [19] analogickou rovnici 3.3 řeší podstatně jednodušeji: za α dosazuje α_{eu} pouze ve zlomku této rovnice, ve funkci geometrie $\lambda(\alpha)$ ponechává délku zářezu a_0 ²². To vede k možnosti rovnici řešit analyticky, tj.

$$a_{eu} = W \left\{ 1 - \sqrt[3]{\left[\frac{P_u S^3}{4BW^3 \delta_u E'} \lambda\left(\frac{a_0}{W}\right) \right]} \right\}.$$

Dalším parametrem tohoto modelu je *efektivní hodnota faktoru intenzity napětí* K_{Ice} ²³, která se určí ze vztahu 3.12, kde za a dosadíme a_{eu} , t.j.

$$K_{Ice} = \frac{3SP_u}{2BW^2} \sqrt{\pi a_{eu}} Y(\alpha_{eu}). \quad (3.15)$$

Stejným způsobem lze určit *efektivní hodnotu kritické hnací síly* G_{ce} jako:

$$G_{ce} = \frac{K_{Ice}^2}{E' Y(\alpha_{eu})}. \quad (3.16)$$

3.3.2 Model fiktivní trhliny

Model *fiktivní trhliny*²⁴ navrhl HILLEBORG [20, 2]. Model řeší základní problém lineární lomové mechaniky, tj. existenci singularity na špičce trhliny, kde napětí dosahuje

¹⁹Prítomnost plastické deformované zóny na čele trhliny způsobuje, že se těleso chová tak jakoby v něm byla trhlina delší než je reálně pozorovaná trhlina s jasným oddělením povrchů.

²⁰Význam symbolů P_u a δ_u je ilustrován na obrázcích 4.21 a 4.22.

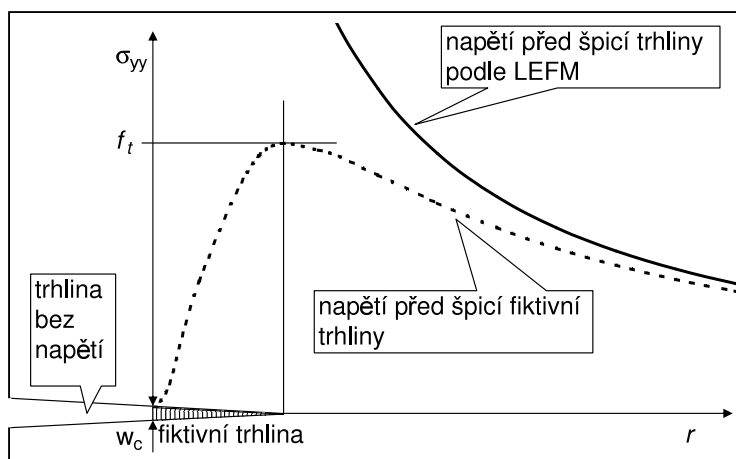
²¹Předpokladem je, že modul pružnosti E jsme určili z počáteční lineární části $l-d$ diagramu.

²²Bylo by jistě zajímavé zjistit, k jaké nepřesnosti toto zanedbání vede.

²³Opět platí totéž co pro K_{Ic} , tj. že K_{Ice} roste s rostoucí pevností betonu. Do výpočtu K_{Ice} není zahrnuta sestupná část $l-d$ křivky. Viz poznámka 14 na straně 19.

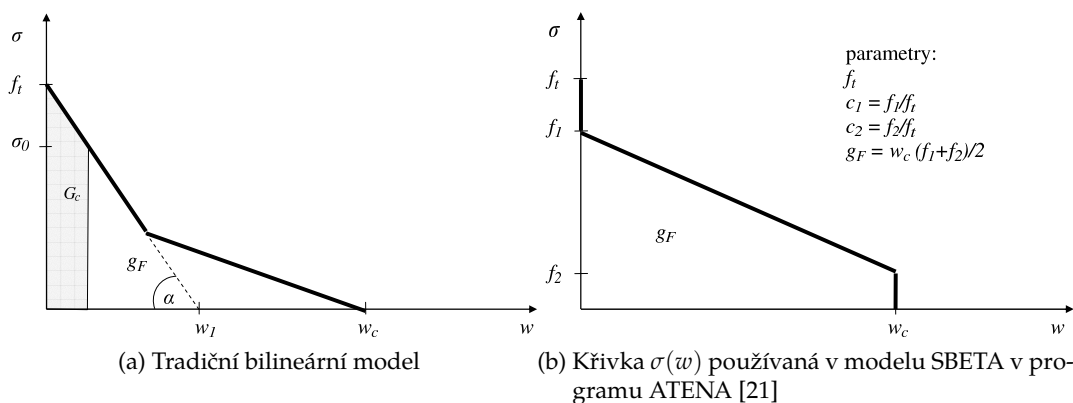
²⁴Někdy též nazývaný modelem *kohezní* trhliny.

nekonečných hodnot (vztah 3.9 a obr. 3.6).



Obrázek 3.6: Napětí na špici trhliny v modelu LEFM a v modelu fiktivní trhliny

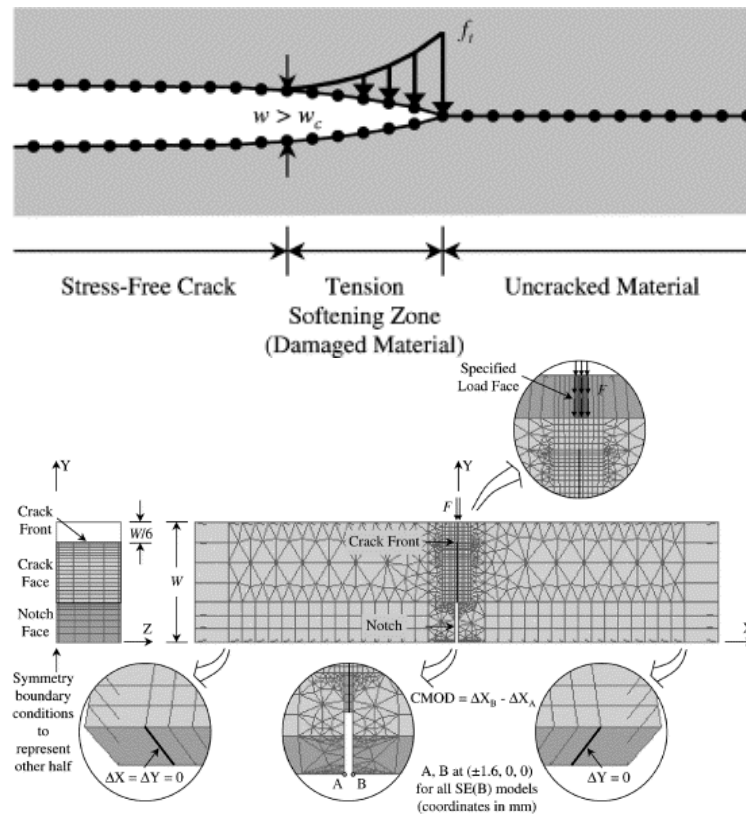
Model ponechává trhlinu jako dvoudimenzionální útvar, ostrý přechod *elastický materiál - trhlina bez napětí* používaný v LEFM však nahrazuje pozvolným „měknutím“. To znamená, že trhlina je i po svém vzniku schopna přenášet určité napětí, které pozvolna klesá s rostoucí šířkou trhliny w (obrázek 3.7). Obvykle se tato zá-



Obrázek 3.7: Napětí přenášené fiktivní trhlinou v závislosti na její šířce w . g_F je specifická energie potřebná na vytvoření jednotkové plochy trhliny, G_c je kritická hnací síla trhliny a σ_0 je napětí na špici vrubu v okamžiku dosažení meze pevnosti.

vislost aproximuje bilineárním modelem, přičemž se ukazuje, že u malých vzorků se projeví pouze první přímka, neboť trhlina se nestačí plně vyvinout. Plocha pod křivkou $\sigma(w)$, tj.

$$g_f = \int_0^{w_c} \sigma(w) dw$$



Obrázek 3.8: Schéma implementace konstitučního vztahu dle obr. 3.7 a) do numerického programu CohFRANC3D [22].

je energie potřebná na vytvoření jednotkové plochy trhliny²⁵. Předpokládá se, že pevnost v tahu f_t , tvar křivky $\sigma(w)$ a tedy i g_F jsou nezávislé na geometrii a jsou materiálovými parametry. Místo bilineárního modelu je možné použít i jiné (lineární, exponenciální atp.). Vztah $\sigma(w)$ je vlastně konstitučním vztahem, který řídí napětí v závislosti na otevření trhliny. Je proto vhodný pro použití v numerických modelech (CohFRANC3D [23], viz obr. 3.8, ATENA²⁶ aj.). Parametry křivky $\sigma(w)$ se obvykle určují pomocí inverzní analýzy [24, 25]²⁷, v poslední době zejména pomocí metody neuronových sítí [21, 26]. Hlavním nedostatkem metody efektivní trhliny je to, že zanedbává třetí rozměr trhliny, tj. šířku lomové procesní zóny w_{FPZ} . Tato šířka je přitom ovlivňována napětovým stavem v okolí trhliny, který závisí např. na

²⁵Pro dostatečně velké vzorky s hlubokým zářezem by měla být shodná s energií G_f , kterou zavedl GRIFFITH respektive kritické hnací síle G_c . V případě malých vzorků je však experimentálně určená hodnota G_c podstatně menší než g_F , protože maximálního zatížení P_u je při experimentu dosaženo dříve, než dojde k úplnému otevření trhliny. Napětí na špičce zářezu není nulové, ale má konečnou hodnotu σ_0 (obr. 3.7).

²⁶Červenka Consulting

²⁷PLANAS ET AL. [25] došli až explicitnímu vyjádření w_1 jako funkce f_t , f_{tf} , E' a rozměrů vzorku, bohužel pouze pro $\frac{a_0}{W} > 0,3$.

vzdálenosti volného povrchu konstrukce. Mnoha autory [27, 28, 29, 30] bylo sofistikovanými experimenty²⁸ dokázáno, že hodnota g_F na šířce lomové procesní zóny w_{FPZ} závisí.

3.3.3 Charakteristická délka l_{ch}

Charakteristická délka l_{ch} byla zavedena MODEEREM [31]²⁹

$$l_{ch} = \frac{E' G_c}{f_t^2}. \quad (3.17)$$

jako kritérium aplikovatelnosti lineárně elastické lomové mechaniky na daný materiál a danou konstrukci. Metody LEFM jsou podle MODEERA použitelné u konstrukcí, jejichž šířka (W) je větší než desetinásobek l_{ch} ³⁰. PLANAS ET AL. [25] vědom si úskalí s experimentálním určením G_c definuje l_{ch} přímo z modelu efektivní trhliny jako

$$l_{ch} = \frac{E' w_1}{2f_t}. \quad (3.18)$$

I v této definici je ovšem ignorován „ocas“ závislosti $\sigma(w)$, který se u malých vzorků projevuje pouze na tvaru sestupné části l - d křivky, avšak u masivních konstrukcí se projeví i na hodnotě σ_u . Podle některých autorů je charakteristická délka víceméně totožná s šířkou lomové procesní zóny w_{FPZ} . Charakteristická délka l_{ch} by mohla být dalším parametrem³¹, který vyjadřuje *křehkost*, alespoň u masivních vzorků, pro které platí $G_c = g_F$ ³².

3.3.4 Metoda lomové energie a lomové práce

Pro určení energie g_F z HILLEBORGOVA modelu vypracoval RILEM doporučený postup [4] založený na tříbodovém ohybu trámů. Lomová práce W_P je definována jako práce vnější působící síly P od počátku zatěžování, až do úplného rozrušení vzorku. Předpokládá se, že veškerá práce se použije na vytvoření trhliny, práce je tedy rovna ploše pod l - d diagramem. Platí

$$W_P = \int_0^{\delta_{max}} P d\delta + \frac{1}{2} mg \delta_{max}. \quad (3.19)$$

²⁸Například tak, že kvazikřehký materiál byl při lomových experimentech vlepen v tenké vrstvě mezi materiály dokonale elastické. Šířka w_{FPZ} tak byla omezena na šířku vrstvy, což mělo za následek snížení velikosti lomové energie [28].

²⁹Snad proto je nazývána „HILLEBORGOVA charakteristická délka“ [2].

³⁰HILLEBORG tuto podmínku snížil na $W > 3 - 5 l_{ch}$.

³¹ZHANG ET AL. [1] zavedli index $\frac{l_{ch}}{l}$, kde l je charakteristický rozměr konstrukce. Index má tu výhodu, že je bezrozměrný, jeho fyzikální význam není však zcela zřejmý.

³²Potom totiž platí $l_{ch} = \frac{g_F}{W_e^u}$, kde W_e^u je elastická energie při maximálním zatížení, jde tedy o podíl lomové energie a maximální hodnoty energie elastické, materiál je tím křehčí, čím je jeho charakteristická délka menší. Rozměr délky je zde proto, že g_F má rozměr $[J/m^2]$, zatímco W_e^u má rozměr $[J/m^3]$.

V případě velmi hmotných vzorků se do lomové práce započítává i práce gravitačních sil, tedy přibližně $\frac{1}{2}mg\delta_{max}$. Lomová energie je lomová práce vztahovaná na jednotku plochy trhliny (rozumí se projektované plochy), tj.

$$G_F = \frac{W_P}{(W - a_0) B} = \frac{\int_0^{\delta_{max}} P d\delta + \frac{1}{2}mg\delta_{max}}{(W - a_0) B}, \quad (3.20)$$

kde W a B jsou příčné rozměry vzorku a a_0 je hloubka zářezu. Protože práce gravitačních sil způsobí jen posunutí $l-d$ diagramu ve svislém směru a její určení není zcela přesné, je vhodné použít univerzální metodu³³ ELICES ET AL. [32], která řeší problém chybějícího „ocasů“ $l-d$ křivky právě posunutím grafu ve svislém směru, tak aby „ocas“ aproximovaný hyperbolou konvergoval k vodorovné ose. Porovnání lomové energie měřené pomocí rovnice 3.20 s hodnotami korigovanými dle [32] a s hodnotami g_F nalezenými inverzní analýzou provedl KERŠNER [21]:

	hodnota	standardní odchylka
G_F dle rovnice 3.20	2187	763
G_F korigovaná dle [32]	2339	824
g_F	2134	673

Z tabulky je patrný soulad mezi g_F a G_F , který není zdaleka zcela samozřejmý.

3.3.4.1 Lomová energie nezávislá na tvaru a velikosti zkušebních vzorků

KARIHALOO, ABDALLA [33, 30] a také DUAN ET AL. [29] upozornili na experimentální zkušenost, že hodnota G_F závisí na velikosti testovaných vzorků. Důvodem je zřejmě to, že g_F je ovlivněna tvarem lomové procesní zóny a ten je zase ovlivněn volnými okraji vzorku, jak je ilustrováno obrázkem na straně 55. DUAN ET AL. [29, 28] navrhli předpokládat, že parametry křivky $\sigma(w)$ v modelu fiktivní trhliny se v průběhu pohybu trhliny vzorkem mění a specifická lomová energie g se tak stává funkcí délky trhliny³⁴. Lomová energie zavedená vztahem 3.20 může pak být určena vztahem

$$G_F = \frac{1}{(W - a_0) B} \int_0^{W-a_0} g_f(x) dx. \quad (3.21)$$

Pro vyjádření závislosti $g_f(a)$ doporučili použít bilineární model (viz též obr.

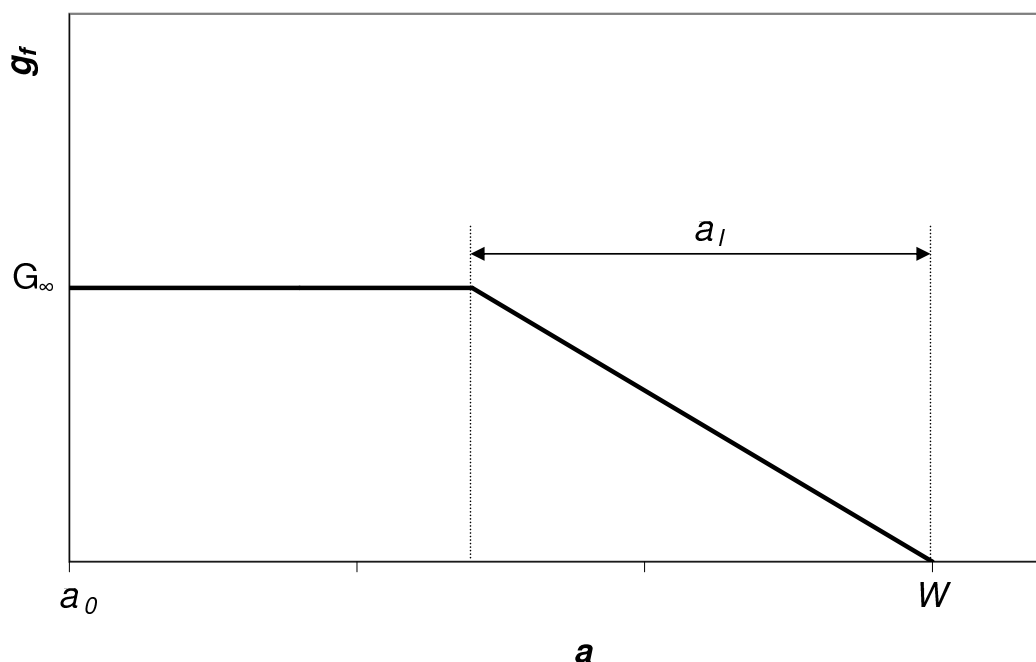
$$g_f(x) = \begin{cases} G_\infty & \text{pro } x < W - a_0 - a_l \\ G_\infty \left(1 - \frac{x - (W - a_0 - a_l)}{a_l}\right) & \text{pro } x \geq W - a_0 - a_l \end{cases} \quad (3.22)$$

kde G_∞ je hodnota lomové energie, jaká by byla naměřena na nekonečně velkém vzorku³⁵ a a_l je minimální šířka ligamentu, při které se již projeví bilineární závislost (dokud je $W - a_0 < a_l$ je závislost $g_f(a)$ lineární). Dosazením 3.22 do 3.21, dostaneme

³³Metoda je podrobněji popsána např. ve STIBOROVĚ práci [5].

³⁴Je vhodné ji označit jiným indexem: $g_f(a)$.

³⁵pochopitelně postačuje $W - a_0 \gg a_l$


 Obrázek 3.9: Bilineární model $g_f(a)$ [34]

$$G_F\left(\frac{a_0}{W}\right) = \begin{cases} G_\infty \left(1 - \frac{a_1}{2W(W-a_0)}\right) & \text{je-li } W - a_0 > a_1 \\ G_\infty \left(1 - \frac{(W-a_0)}{2a_1}\right) & \text{je-li } W - a_0 \leq a_1 \end{cases} \quad (3.23)$$

ABDALLA a KARIHALOO [30] vypracovali jednoduchý postup na určení této funkční závislosti, který vyžaduje experimentálně určit $G_F\left(\frac{a_0}{W}\right)$ s využitím metodiky RILEMU a to pro nejméně dvě různé hloubky zářezu a_0 . Vztah 3.23 pak představuje soustavu dvou (nebo více) rovnic pro dvě neznámé: G_∞ a a_1 . Jsou-li rovnice více než dvě, řeší se soustava metodou nejmenších čtverců.

Závislosti G_F (a také K_{Ic}) na hloubce zářezu se experimentálně věnovali také REIS a FERREIRA (souhrn jejich výsledků je v tabulce 3.2) [35]. Lomová energie G_F zjevně vykazuje závislost na hloubce zářezu a nelze ji tedy bez dalšího považovat za materiálovou charakteristiku. Kritický faktor intenzity napětí je naopak na hloubce zářezu nezávislý³⁶.

Lomová energie se často používá jako parametr vyjadřující houževnatost. Je však evidentní, že stejně důležitá je znalost tvaru $l-d$ křivky. Z hlediska lomové práce můžeme $l-d$ křivku rozdělit přinejmenším na dvě oblasti: rostoucí část, které odpovídá práce W_a a klesající část, které odpovídá práce W_d . Platí tedy $W_p = W_a + W_d$, viz obrázek 4.36 na straně 73. Odečteme-li od práce vykonané při růstu zatížení do maxima síly potenciální energii elastické deformace, dostaneme disipační člen, tj.³⁷ práci spotřebovanou na trvalou plastickou deformaci materiálu $W_p = W_a - W_e$.

³⁶Na druhé straně je ale dobře známo, že závisí na rozměru vzorků a to dokonce i u křehkých vzorků.

³⁷Zanedbáme-li vývin tepla, kinetickou energii a za zjednodušujícího předpokladu, že odtěžovací

Tabulka 3.2: Vliv hloubky zářezu na lomovou energii a na kritickou hodnotu faktoru napětí [35] u polymerových betonů. Šířka trámčů $W = 60$ mm. Vzorky: 1 - polyesterbeton, 2 - epoxybeton, 3 - epoxybeton vyztužený uhlíkovými vlákny, 4 - epoxybeton vyztužený skleněnými vlákny.

K_{Ic}					
a_0	1.	2.	3.	4.	průměr
10 mm	1.146 (100%)	2.131 (100%)	3.03 (100%)	2.389 (100%)	100%
20 mm	1.327 (116%)	2.127 (100%)	2.872 (95%)	2.386 (100%)	103%
G_F					
10 mm	5.301 (100%)	6.523 (100%)	27.145 (100%)	10.051 (100%)	100%
20 mm	6.743 (127%)	8.108 (124%)	30.037 (111%)	11.479 (114%)	119%

3.3.5 Modelování l - d diagramů matematickými funkcemi

Diagramy zatížení-průhyb získané tříbodovým ohybem betonových trámčů vykazují vysoký stupeň podobnosti, je proto lákavé pokusit se jejich průběh vystihnout nějakou matematickou funkcí (funkcemi). Teprve z těchto funkcí proložených experimentálně nalezenými l - d křivkami se pak určují lomové charakteristiky. Pravděpodobně nejjednodušší je tzv. 2e model podle BARRA [36]³⁸:

$$P(\delta) = c_1 [\exp(-c_2\delta) - \exp(-c_3\delta)]. \quad (3.24)$$

V rámci své diplomové práce [38] zhotovil KUTÍN program MoLoCh³⁹, který prokládá dvouexponenciální model l - d daty a z vypočtených parametrů c_1 až c_3 počítá lomové charakteristiky, tj. lomovou energii G_F , lomovou energii vzestupné větve, lomovou energii sestupné větve a kritický resp. kritický efektivní faktor intenzity napětí.

Jiný komplikovanější model navrhli ZHANG ET AL. [1, 39]. Použili různé funkce pro vzestupnou část l - d diagramu resp. pro sestupnou, tj.:

$$\begin{aligned} \text{a) } P(\delta) &= P_u \left[1 - \left(1 - \frac{\delta}{\delta_u} \right)^\alpha \right] && \text{pro } \delta \leq \delta_u \\ \text{b) } P(\delta) &= P_u \exp[-\beta(\delta - \delta_u)^\gamma] && \text{pro } \delta_u \leq \delta, \end{aligned} \quad (3.25)$$

kde α zavedli jako index zpevnění, $\beta > 0$ jako koeficient změkčení a $\gamma > 0$ jako index změkčení.

ZHANG ET AL. definovali také několik nespécifických parametrů pro vyjádření houževnatosti z nichž si pozornost zaslouží zejména index křehkosti, index plastické

přímka má směrnici \mathcal{E}_0 .

³⁸Frantík et al. [37] si všimli, že funkce má pouze dva stupně volnosti a modifikovali prokládání funkce zavedením doplňující podmínky minimální hodnoty parametru c_1 . Použili k tomu metodu genetických algoritmů.

³⁹Modelování Lomových Charakteristik.

deformace a index deformace při porušení. Jejich význam a definice jsou uvedeny v části 4.14.

3.4 Vliv teploty na mechanické vlastnosti betonu

Pokud vystavíme beton působení vysokých teplot, musíme očekávat, že dojde k nevratným změnám, které se projeví i po jeho vychladnutí. Vlastnosti, které materiál má po vychladnutí, se obvykle nazývají jako zbytkové (reziduální). V betonu, který je vystaven teplotnímu namáhání dochází k celé řadě procesů.

1. Vysušování vody

- a) Vysušování kapilární vody z porézní struktury vzorku. Kapilární voda (resp. makro-voda), je snadno odpařitelná voda, která se nachází v kapilárních pórech ($r > 5$ nm) *hcp* a kameniva. Vysušování je fyzikální proces, který při zahřívání probíhá v širokém rozmezí teplot kolem 100 °C a také při pokojové teplotě, nachází-li se beton v prostředí s nízkou relativní vlhkostí. V případě „našeho“ betonu je největší rychlost odparu při 92,96 °C (minimum na obr. 4.3 - minimum na křivce DTA vyjadřuje maximální rychlost odparu).
 - b) Vysušování gelové (mezo-) vody. Gelová voda je fyzikálně-chemicky vázána v jemných ($r \in (0,7 - 1)$ nm) pórech cementového gelu a uvolňuje se až při teplotách 200 °C až 400 °C.
 - c) Vysušování chemicky vázané vody (dehydratace), která probíhá při teplotách nad 400 °C (minimum při 491,33 °C na obr. 4.3). Jedná se zejména o dekompozici hydroxidu vápenatého ($\text{Ca(OH)}_2 \rightarrow \text{CaO} + \text{H}_2\text{O}$).
2. Urychlení hydratačních procesů (zejména u mladého nevyzrálého betonu), které nastává zejména v důsledku zvýšení pohyblivosti molekul vody a také díky zvýšení rozpustnosti Ca(OH)_2 ve vodě.
 3. Chemické a fázové změny v kamenivu (zejména dekompozice uhličitanů v případě vápencového a dolomitického kameniva, případně fázová změna křemene).
 4. Narušení vazeb a vznik mikrotrhlin mezi kamenivem a *hcp* v důsledku rozdílné teplotní roztažnosti.
 5. Chemické a fázové změny v *hcp* (jedná se zejména o dekompozici uhličitanu vápenatého $\text{CaCO}_3 \rightarrow \text{CaO} + \text{CO}_2$ při teplotě 821 °C) - viz tabulka 3.3 a obrázek 4.3 na straně 39.

Uvedené procesy mají často protichůdné důsledky. Vysušování vody při teplotách do 200 °C a hydratační procesy zlepšují pevnost betonu zatímco vysušování gelové nebo dokonce chemicky vázané vody stejně jako vznik trhlin a chemických

složka	vzorec	teplotní rozmezí rozkladu [°C]
kalciumpilikáthydráty	CSH typ 1 a 2	95–120
ettringit	C ₆ ASH ₃₂	125–135
monosulfát	C ₄ ASH ₁₂	185–195
portlandit	CH	495–550
uhličitan vápenatý	CaCO ₃	850–1000
sádrovec	CSH ₂	160–185
kalciumalumináthydráty	CAH ₁₀	110–130
	C ₂ AH ₈	175–185
	C ₃ AH ₆	280–320

Tabulka 3.3: Teplotní rozmezí rozkladu některých složek ztvrdlé cementové pasty [40]

Tabulka 3.4: Vliv relativní vlhkosti a teploty na dobu, po kterou je beton schopen odolávat stále působící síle [41].

Rh[%]	Teplota		
	25 °C	35 °C	60 °C
	doba	odolnosti	[hodin]
10 %	2.505	114.7	∞
55 %	0.106	2.879	∞
96 %	0.016	0.664	327

či fázových změn vede ke zhoršení mechanických vlastností. Závislost zbytkových mechanických veličin na teplotě, které byl materiál vystaven proto nemusí být monotónní. Platí to zejména o pevnosti v tlaku. Při namáhání materiálu v tlaku není vliv trhlin na pevnost zpočátku příliš významný (působením tlaku se mikrotrhliny uzavrou) a převládá kladný vliv snížení vlhkosti. Při namáhání v tahu respektive v ohybu je vliv trhlin od počátku dominantní a pevnost betonu s teplotou monotónně klesá.

3.4.1 Vliv vlhkosti betonu

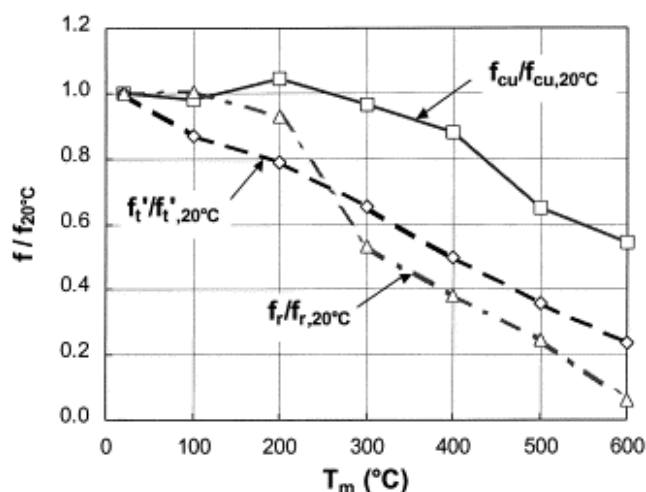
Již poměrně dlouho je známo, že odolnost betonu v tlaku (pevnost a odolnost proti statickému namáhání) je ovlivňována velmi dramaticky relativní vlhkostí betonu (viz například tabulku 3.4). Při přirozeném vyschnutí betonu (na vzduchu při normální pokojové teplotě) z původně saturovaného stavu se jeho pevnost v tlaku zvýší o 12 až 27 % [42], zatímco při dokonalém vysušení může být nárůst pevnosti až 50 % [43]. Někdy⁴⁰ pozorované zpevnění betonu vystaveného teplotám těsně nad 100 °C (obrázek 3.11 až 3.13) lze proto zřejmě přičíst na vrub zpevnění způsobenému jeho částečným vysušením. Dobrý důkaz tohoto závěru byl podán měřením

⁴⁰Tj. ne vždy, zřejmě záleží na počáteční vlhkosti vzorků a pravděpodobně i na jiných okolnostech.

pevnosti v tlaku u vzorků vystavených vyšším teplotám, přičemž u části vzorků bylo zabráněno ztrátě vody speciální povrchovou úpravou nebo tím, že ohřev probíhal v autoklávu. „Vlhké“ vzorky měly při zahřátí na 149 °C pevnost v tlaku o 25 % resp. 30 % nižší než ty, které mohly při zvýšené teplotě přirozeně vysychat [44, 45]. To, že ohřev betonu v podmínkách ve kterých je zabráněno ztrátě vody má horší následky pro jeho pevnost může být velmi významné pro konstrukce použité v jaderných zařízeních, neboť při projektových haváriích dochází k uvolňování značného množství vodní páry, ať už z narušeného chladicího okruhu nebo z havarijního sprchového systému. V případě kontejmentu je beton od vnitřního prostředí oddělen plynotěsnou ocelovou výstelkou a proto je znemožněno vysušování betonu směrem dovnitř.

Proč při vysušení vzorků může dojít k jejich zpevnění není zřejmě dosud zcela známo. Molekuly vody respektive ionty OH^- v C-S-H gelu pravděpodobně nějakým způsobem narušují existující vazby, například tak, že se váží na Si^{4+} , tvoří hydroxylové skupiny Si-OH, a saturují tak vazebnou schopnost křemíku [46, 47]. Další možnost je, molekuly vody tvoří monomolekulární film, který odděluje vrstvy C-S-H gelu a narušuje van der Waalsovy vazby mezi těmito vrstvami [48].

Na rozdíl od odolnosti v tlaku se⁴¹ mechanické vlastnosti betonu namáhaného



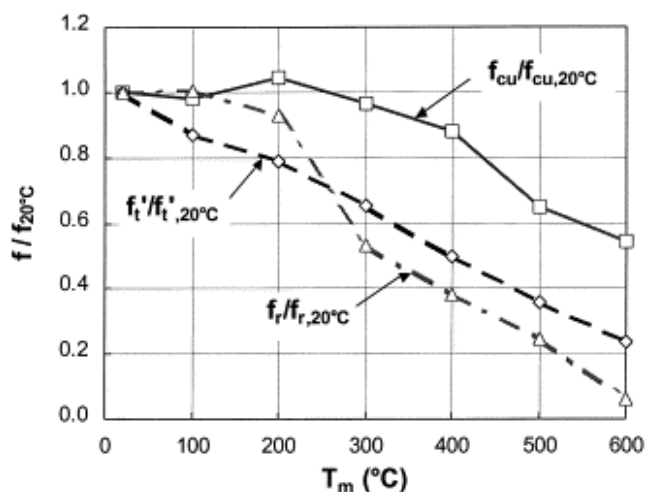
Obrázek 3.10: Pevnost v tlaku (f_{cu}) a pevnost v tahu (f_t') jako funkce teploty [47].

v tahu resp. v ohybu zhoršují s klesajícím obsahem vody. Zhang a spol. [47] provedli rozsáhlou studii, ve které se pokusili (podle mého názoru ne zcela věrohodně) odlišit vliv vysušení materiálu teplotou od vlivu samotné teploty. Za pozitivní jev považují snížení křehkosti materiálu (vyjádřené pomocí tzv. indexu křehkosti β - viz formule 4.12.

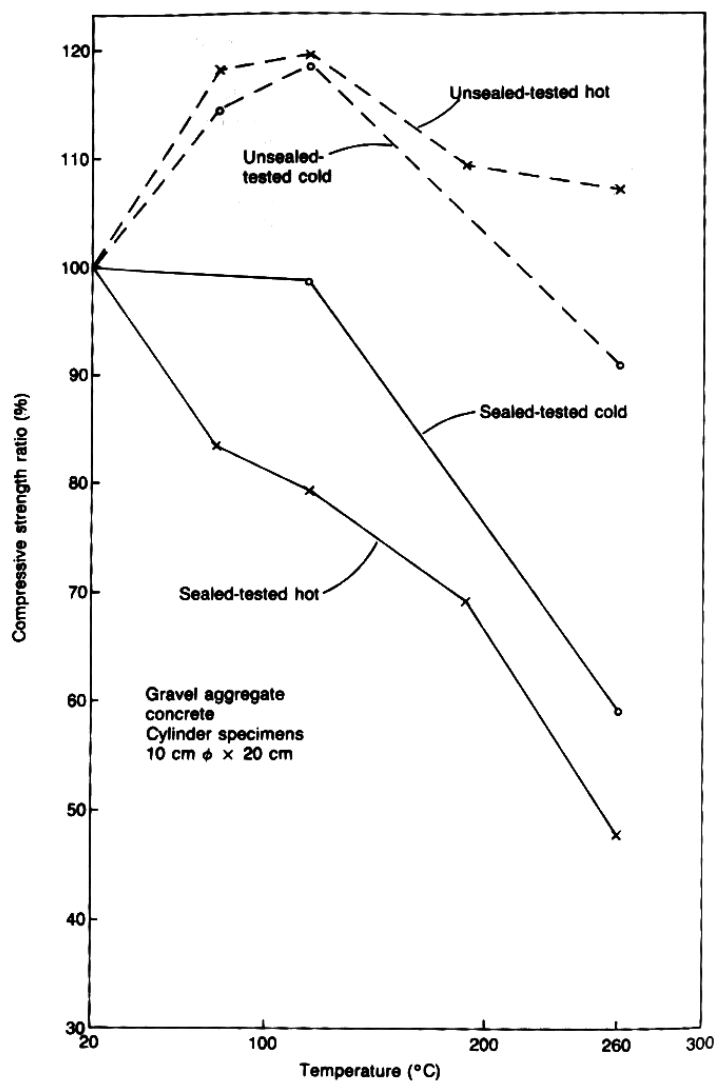
⁴¹ Podle všech mě známých autorů (např. [42, 47, 49]).

3.4.2 Narušení vazby mezi cementovou pastou a kamenivem

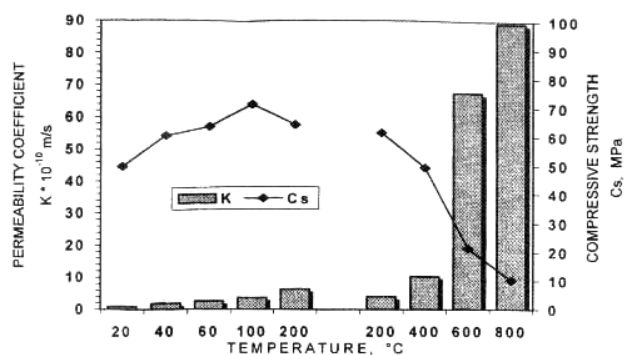
Kamenivo v betonu významným způsobem přispívá ke zvýšení houževnatosti betonu (viz část 4.11.3). Protože teplotní roztažnost cementové pasty se liší od roztažnosti kameniva, lze předpokládat, že při ohřívání vzorků dochází ke vzniku napětí mezi kamenivem a pastou za vzniku mikrotrhlin. Tyto mikrotrhliny by pochopitelně vedly ke snížení pevnosti spojení. V [41] bylo ukázáno, že narušení vazby mezi kamenivem a pastou vede k nelineárnímu chování na rostoucí části $l-d$ křivky.



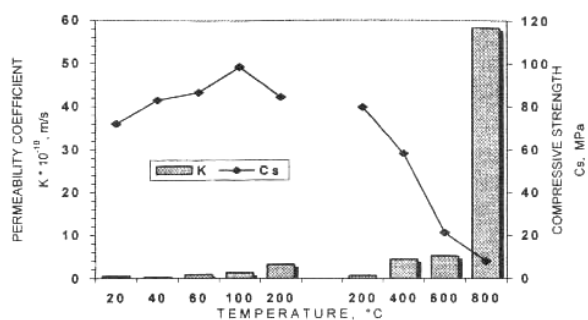
Obrázek 3.11: Pevnost v tlaku (f_{cu}) a pevnost v tahu (f'_t) jako funkce teploty [47].



Obrázek 3.12: Pevnost betonu v tlaku vyjádřená v procentech původní pevnosti před zahřátím LANKART [50].



(a)



(b)

Obrázek 3.13: Pevnost v tlaku u betonu použitého při výstavbě kontejnmentů v JE (Janotka, Bágel [51])

Experimentální stanovení vlastností betonu a jejich analýza

4.1 Příprava vzorků, použitý materiál

Vzorky betonu pro experimentální práci byly vyrobeny z běžného betonu, konkrétně ze směsi, jejíž složení je téměř¹ shodné se směsí použitou při stavbě ochranné obálky JE Temelín. Složení směsi je uvedeno v tabulkách 4.1, 4.2. Použitý cement je portlandský cement s malým podílem popílku a stopami strusky. Slínek použitý na jeho výrobu byl vypálen na optimální obsah volného CaO , má vysoký podíl alitu a převládá v něm C_4AF nad C_3A . Průměrná velikost krystalů alitu se pohybuje mezi 0,025 až 0,030 mm a velikost zrn belitu činí průměrně 0,020 mm. Použité kamenivo je shodné s kamenivem použitým při výstavbě kontejmentu, říční písek pochází z pískovny Halámky a žulové kamenivo z lomu Kobylí hora. Granulometrická křivka kameniva je na obrázku 4.1.

Způsob přípravy² vzorků měl především za úkol zajistit uniformní složení vzorků a stejnoměrnou hydrataci. Vzorky ve formách byly zakryty PE-fólií, aby bylo zabráněno vysušování povrchu (lze předpokládat, že prostředí, ve kterém probíhala hydratace mělo 100% relativní vlhkost).

4.2 Ohřev vzorků

Pro zajištění reprodukovatelnosti měření a také pro odlišení porušení způsobené gradientem teploty (respektive mechanickým napětím, které je generováno gradientem teploty), je třeba zvláštní pozornost věnovat způsobu zahřívání vzorků. Vzorky

¹Cement i kamenivo pocházejí ze stejných zdrojů, plastifikátor Ligoplast SF se již nevyrábí a byl nahrazen plastifikátorem Rheobuild, který je založen na stejné bázi (sulfátový výluh). Záměsová voda také není původní, byla použita pitná voda z vodovodního řádu stavební fakulty.

²Podrobný popis přípravy vzorků lze nalézt například v práci Hoškové [52].

Tabulka 4.1: Složení betonu studovaného v této práci

složka	obsah [kg/m ³]
cement 42,5R	499
voda	215
plastifikátor Rheobuild (náhrada za Ligoplast SF)	4,9
kamenivo 0–4 mm (pískovna Halámky)	710
kamenivo 8–16 mm (žula Kobylí hora)	460
kamenivo 16–32 mm (žula Kobylí hora)	530

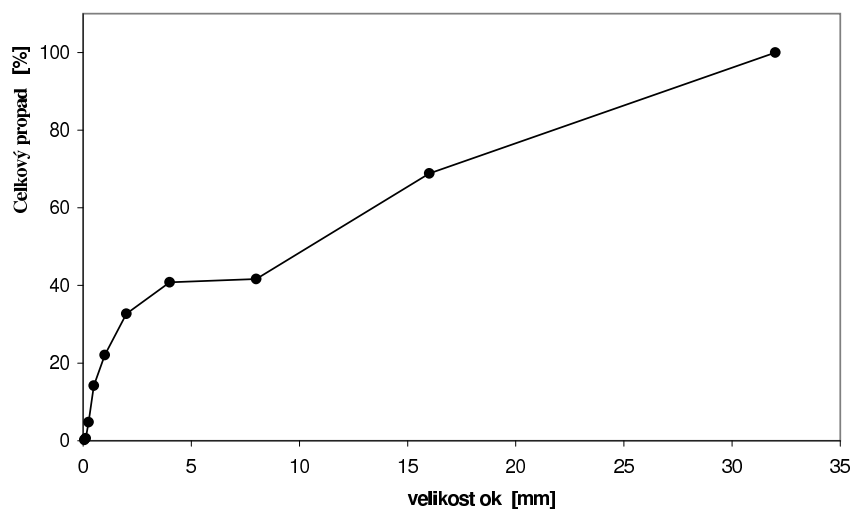
Tabulka 4.2: Minerální složení cementu 42,5R Mokrá

složení cementu		fázové složení slínku	
slínek	93,2%	alit C ₃ S	70%
sádrovec	4,7%	belit C ₂ S	11,4%
popílek	1,8%	celit C ₃ A	7,9%
struska	0,3%	tetrakalcium aluminát ferit C ₄ AF	9,7%
		C _{volny}	1%

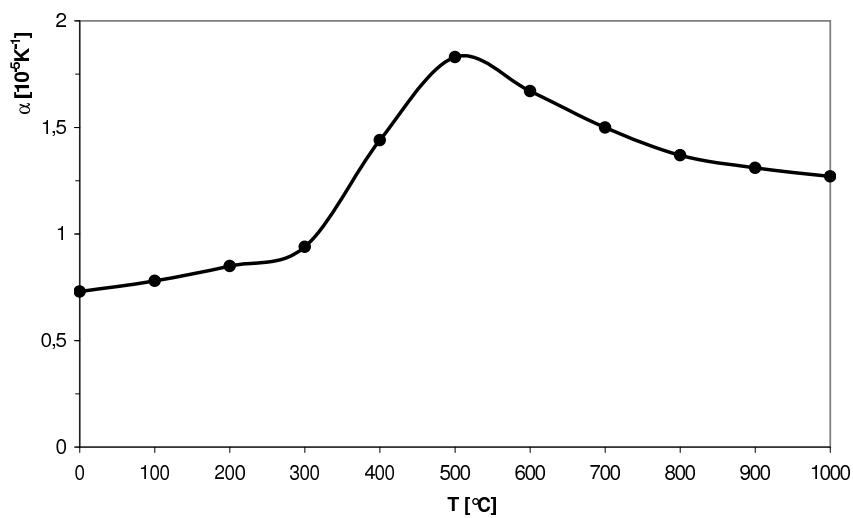
byly zahřívány stabilní rychlostí 2 °C/min. FELICETTI ET AL. [53] poukázali výpočtem FEM, že při této rychlosti ohřevu by nemělo dojít ke vzniku napětí způsobenému gradientem teploty, které překročí mez pevnosti. Po dosažení cílové teploty byly vzorky po dobu 120 minut ponechány na této teplotě. Tato doba postačuje k tomu aby byl stejnoměrně prohřát celý objem vzorku, což bylo prokázáno kontrolním řešením rovnice vedení tepla. Chlazení probíhalo opět kontrolovaně po dobu 24 hodin.

4.3 Základní charakteristiky betonu ve stáří 28 dní

Ve stáří betonu 28 dní byly stanoveny některé fyzikální charakteristiky relevantní pro změnu mechanických vlastností působením vysokých teplot ([54, 55, 56, 57, 58] tabulka 4.3). Byla též provedena diferenciální termální analýza cementového gelu (obrázek 4.3).



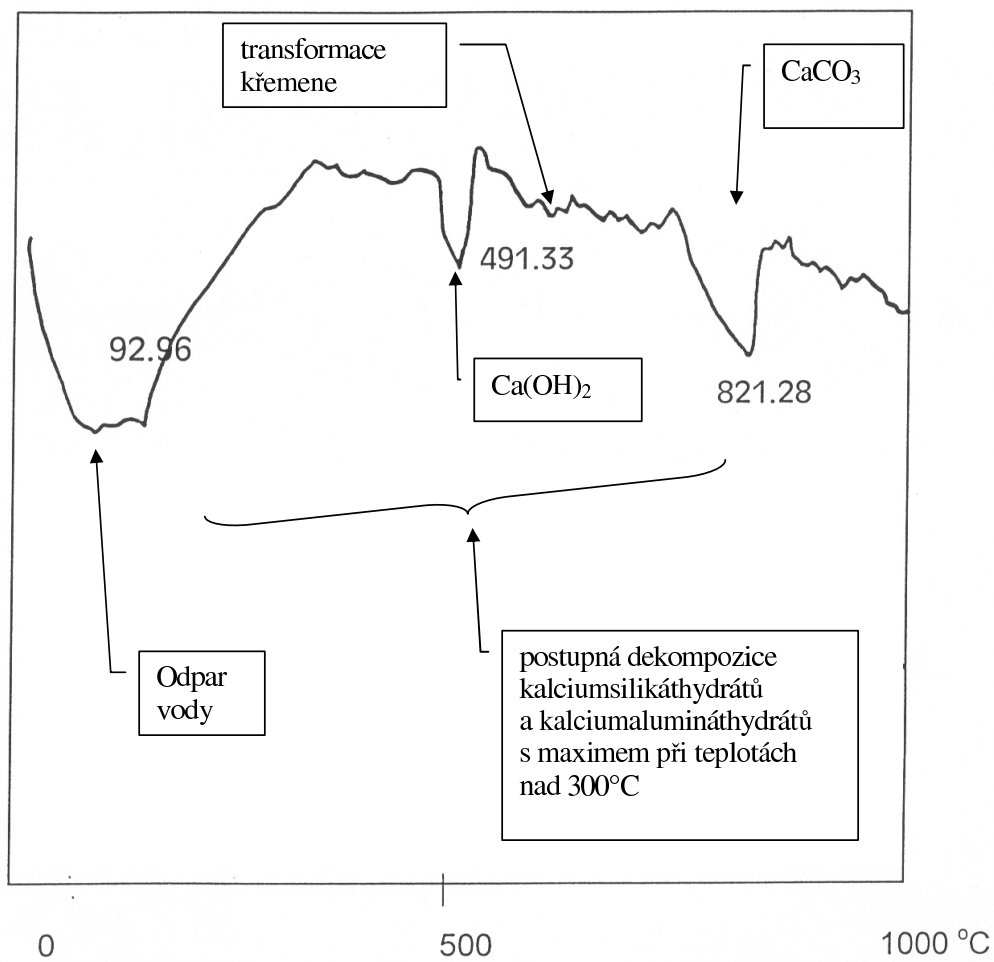
Obrázek 4.1: Křivka kameniva



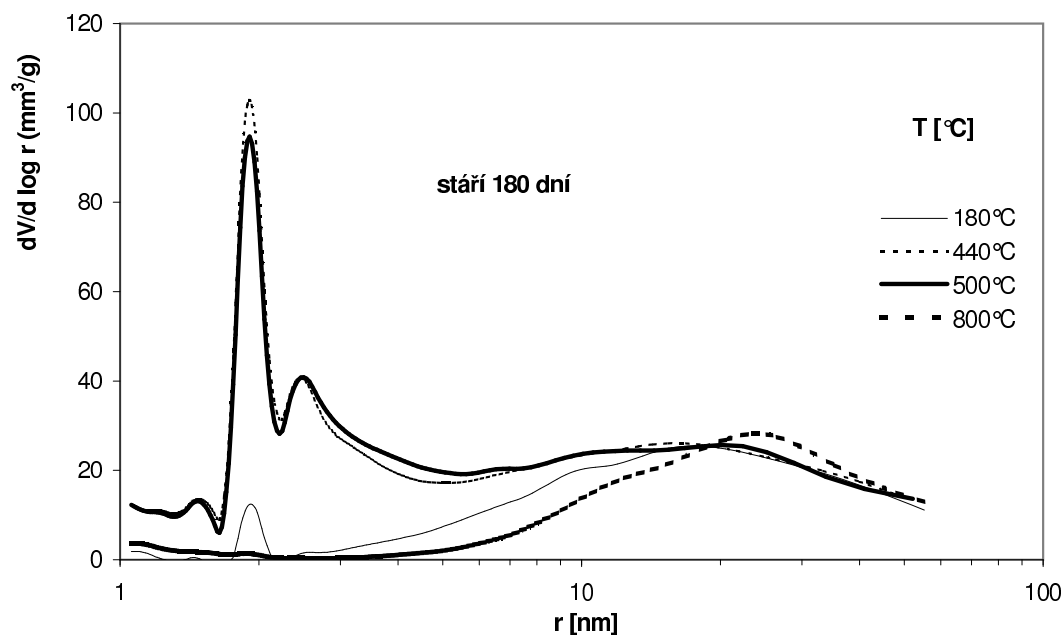
Obrázek 4.2: Teplotní závislost diferenciálního součinitele délkové teplotní roztažnosti [56]

Tabulka 4.3: Vybrané charakteristiky betonu ve stáří 28 dní

charakteristika	hodnota	poznámka
Objemová hmotnost		
objemová hmotnost čerstvého betonu [kg/m ³]	2400	
objemová hmotnost ve stáří 28 dní [kg/m ³]	2200	
Textura cementového gelu		
specifický objem pórů V_0 [mm ³ /g]	3,85	měřeno rtuťovým porozimetrem
specifický povrch pórů S_0 [m ² /g]	2,79	měřeno (dusíkem) adsorpční metodou BET
specifická délka pórů l_0 [m/g]	$3,9 \cdot 10^4$	vypočteno metodou popsanou v [56] na straně 7
porozita m [%]	8,8	vypočteno metodou popsanou v [56] na straně 7
Hygrofyzikální vlastnosti		
součinitel vlhkostní vodivosti [m ² /s ⁻¹]	$1,8 \cdot 10^{-8}$	
součinitel difuzní propustnosti [s]	$7,3 \cdot 10^{-12}$	
Termofyzikální vlastnosti		
součinitel tepelné vodivosti [Wm ⁻¹ K ⁻¹]	1,54	
součinitel teplotní délkové roztažnosti [Wm ⁻¹ K ⁻¹]	$0,73 \cdot 10^{-5}$	teplotní závislost je vynešena na obrázku 4.2
součinitel vlhkostní délkové roztažnosti [%kg/kg]	$2,26 \cdot 10^{-4}$	
měrná tepelná kapacita [Jkg ⁻¹ K ⁻¹]	790	



Obrázek 4.3: DTA křivka cementové pasty zkoumaného betonu [57].



Obrázek 4.4: Distribuční křivky objemu nanopórů pro různé teploty [60]

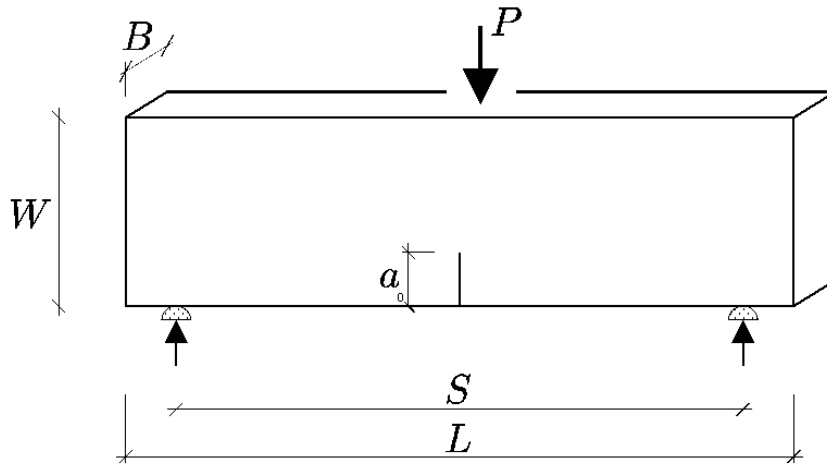
4.4 Nanoporozita určená plynovou adsorpční metodou BET

Předchozími experimenty (KAPÍČKOVÁ ET AL. [59]) bylo zjištěno, že k hlavním změnám v textuře cementové pasty v betonu vystaveného působení vysokých teplot dochází na úrovni nanopórů. V důsledku tepelného namáhání dochází k nárůstu objemu pórů menších než 10^{-8} m. Z tohoto důvodu byla pro studium porézní struktury zvolena adsorpční plynová metoda BET, která umožňuje citlivě zaznamenat změny textury na úrovni pórů (mikrotrhlin) této velikosti. Naměřené křivky (obrázek 4.4) ukazují prudký nárůst nanopórů o poloměru 2 nm u vzorků vystavených působení teploty 380 °C. K nárůstu tedy dochází v intervalu teplot 220 – 380 °C. Tento interval odpovídá dehydrataci kalciumsilikáthydrátů a kalciumalumináthydrátů. K další dramatické změně textury dochází až v intervalu mezi 500 °C a 700 °C, kdy pík u poloměru 2 nm zcela vymizí. Jako vysvětlení tohoto jevu se nabízí totální rozpad struktury provázený přesunem rozměru převažujících pórů do oblasti pórů s řádově větším poloměrem.

4.5 Uspořádání experimentů TPB

Zkouška tříbodovým ohybem zkušebních těles byla uspořádána dle ČSN EN 12390-5 „Zkoušení ztvrdlého betonu - stanovení pevnosti v tahu ohybem“ [8] s jedinou odchylkou - zkušební trámec byl opatřen zářezem. Schéma zkoušky je na obrázku 4.5,

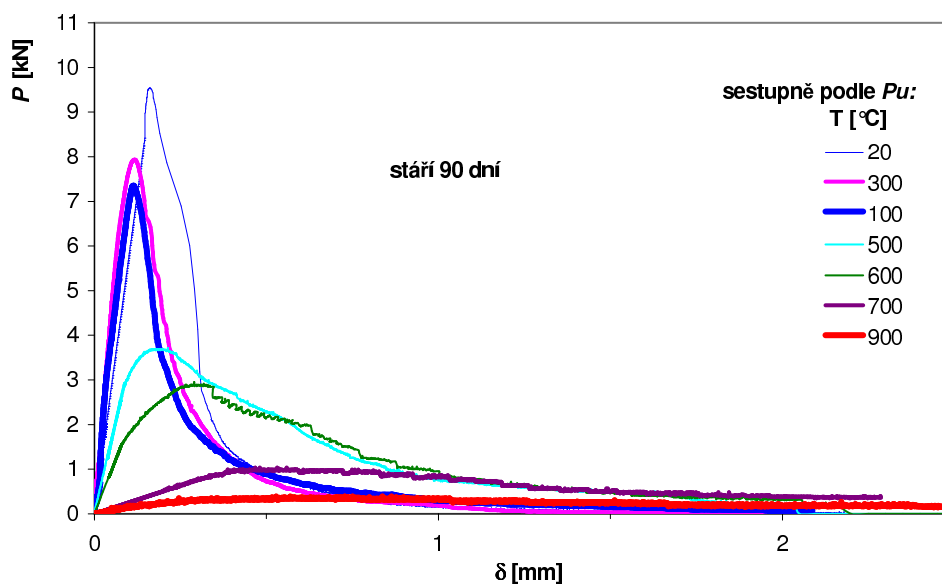
kde P je síla, kterou je vzorek zatěžován a a_0 je hloubka zářezu ve středu trámce.



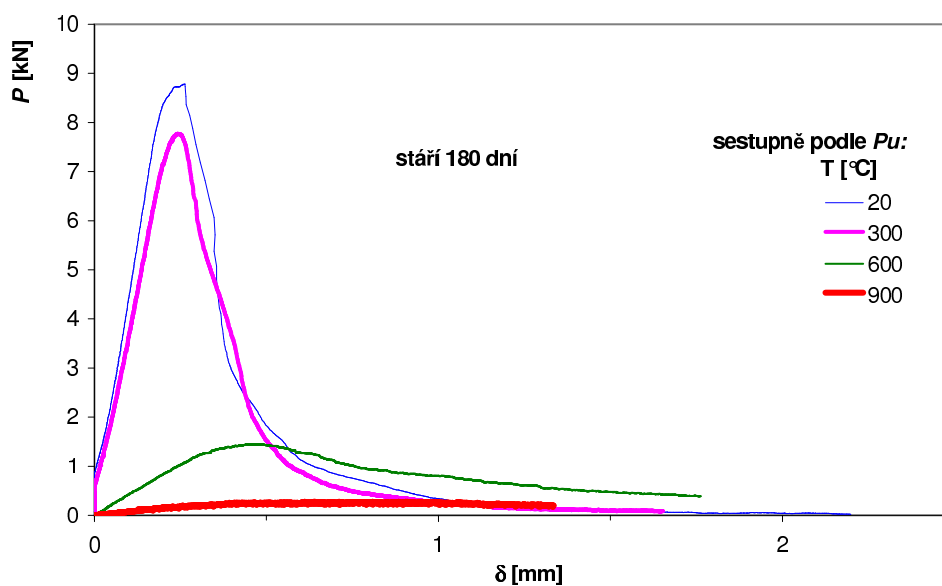
Obrázek 4.5: Zkouška trojbodovým ohybem se zářezem, ilustrace symbolů. Rozměry vzorku: $L = 400$ mm, $W = 100$ mm, $B = 100$ mm, hloubka zářezu $a_0 = 25$ mm, vzdálenost podpěr $S = 300$ mm.

4.6 Analýza křivek

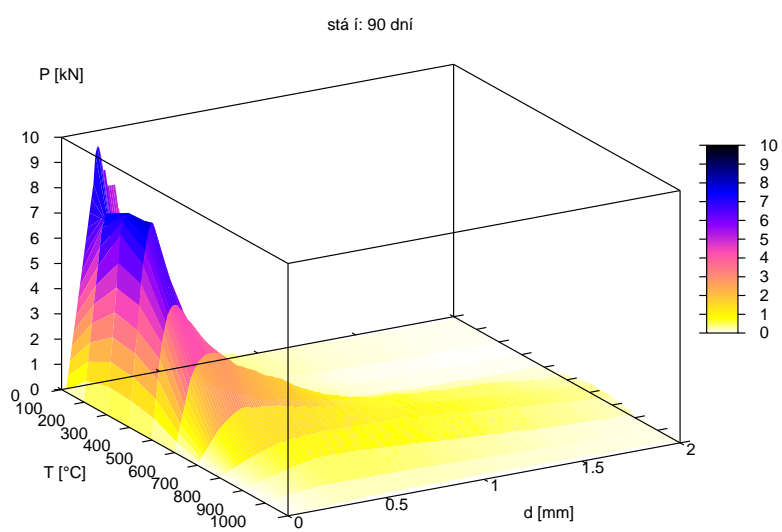
Naměřené křivky je třeba před výpočtem charakteristik upravit, aby byly odstraněny některé chyby způsobené měřením. Jedná se především o odstranění počátečního nelineárního „náběhu“, který je způsoben zejména lokální plastickou deformací materiálu pod podporami. Nelineární náběh je nahrazen přímkou (obrázek 4.10) a $l-d$ křivka je posunuta, tak aby tato přímka vycházela z počátku ($P_u(0) = 0$). Zejména vzorky zahřáté na vyšší teploty mají rostoucí část $l-d$ křivky nelineární v celém rozsahu (konvexní část přechází v konkávní bez zjevné lineární části), a proto je toto nahrazení do značné míry ovlivněno úsudkem zpracovatele. U vzorků měřených při vyšších teplotách je deformace větší než rozsah měření a pro výpočet lomové energie G_F a charakteristik od ní odvozených je nutné odhadnout klesající konce konce křivky (obrázek 4.31). O této problematice je více pojednáno v kapitolách 4.12, 4.11 a 3.3.5. Příklad je zobrazen na obrázku 4.31.



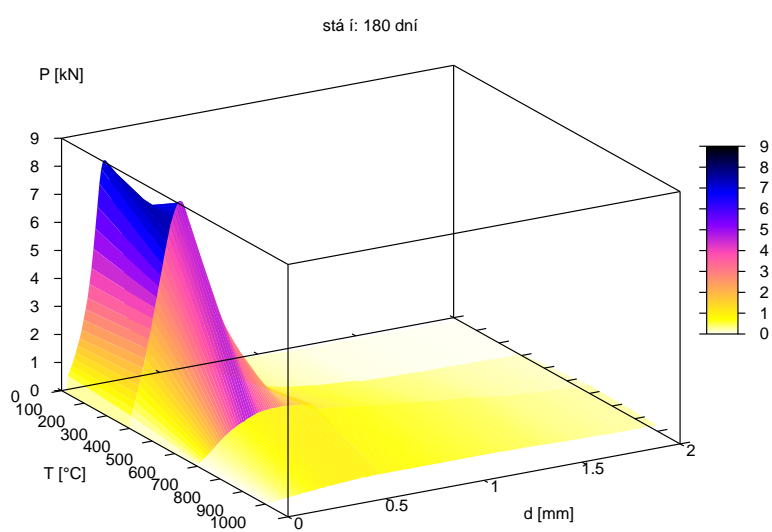
Obrázek 4.6: $l-d$ křivky pro vybrané teploty. Stáří 90 dní. Z grafu je dobře patrné zvýšení počáteční tuhosti \mathcal{E}_0 pro teploty kolem 300 °C.



Obrázek 4.7: $l-d$ křivky betonu: stáří 180 dní.



(a)



(b)

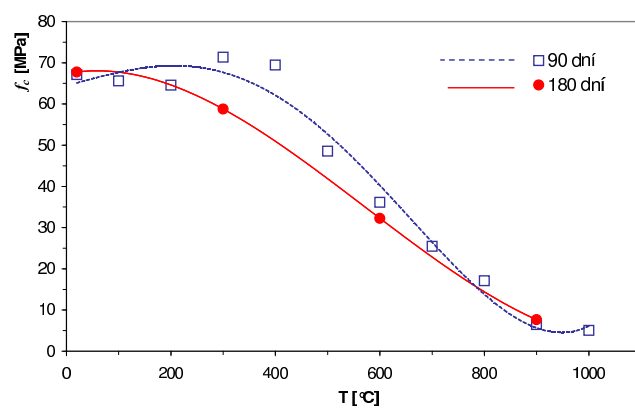
Obrázek 4.8: Prostorové zobrazení l - d křivek pro beton různého stáří a různé teploty

4.7 Pevnost

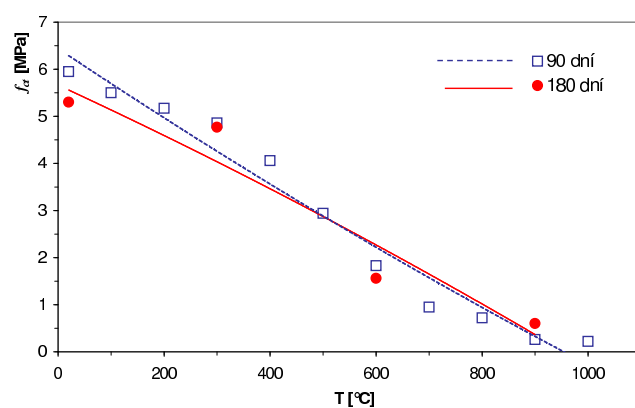
Pevnost v příčném tahu a pevnost v tlaku byly určeny pomocí standardních postupů, pevnost v tahu ohybem f_{cf} můžeme však vyjádřit pouze přibližně, neboť uspořádání experimentu dle obrázku 4.5 neodpovídá přesně požadavkům ČSN EN 12390-5 [8], která předpokládá experiment prováděný na vzorcích bez zářezu. Tuto potíž obojdeme tak, že šířku trámce W ve vztahu 3.4 nahradíme šířkou ligamentu $W - a_0$.

Tabulka 4.4: Pevnost v příčném tahu, v tlaku a v tahu ohybem v závislosti na teplotě a stáří vzorků.

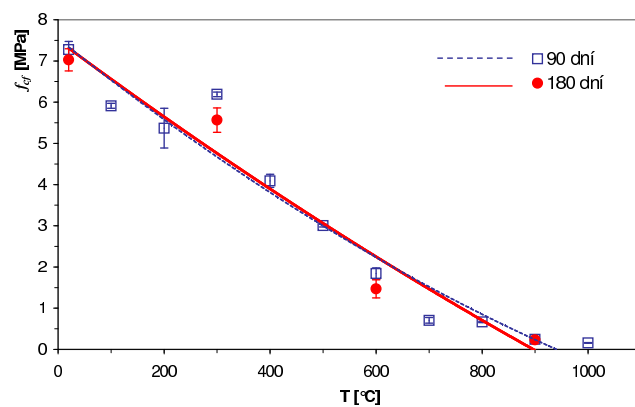
série	stáří [dní]	teplota [°C]	f_{ct} [MPa]	f_c [MPa]	f_{cf} [MPa]	$\Delta_{50}f_{cf}$ [MPa]	počet vzorků
M	90	20	5,95	67,12	7,3	$\pm 0,2$	4
A	90	100	5,5	65,58	5,91	$\pm 0,05$	4
D	90	200	5,17	64,56	5,4	$\pm 0,4$	4
B	90	300	4,86	71,34	6,19	$\pm 0,04$	4
E	90	400	4,06	69,46	4,1	$\pm 0,1$	4
C	90	500	2,94	48,56	3,00	$\pm 0,03$	4
F	90	600	1,83	36,11	1,8	$\pm 0,1$	4
G	90	700	0,95	25,45	0,7	$\pm 0,05$	4
K	90	800	0,72	17,11	0,67	$\pm 0,01$	4
L	90	900	0,26	6,47	0,24	$\pm 0,02$	4
H	90	1000	0,22	5,06	0,157	$\pm 0,006$	4
U	180	20	5,3	67,77	7,0	$\pm 0,2$	3
R	180	300	4,77	58,78	5,6	$\pm 0,2$	3
S	180	600	1,56	32,26	1,5	$\pm 0,2$	3
T	180	900	0,6	7,64	0,23	$\pm 0,02$	2



(a) Pevnost v tlaku



(b) Pevnost v příčném tahu



(c) Pevnost v tahu ohybem

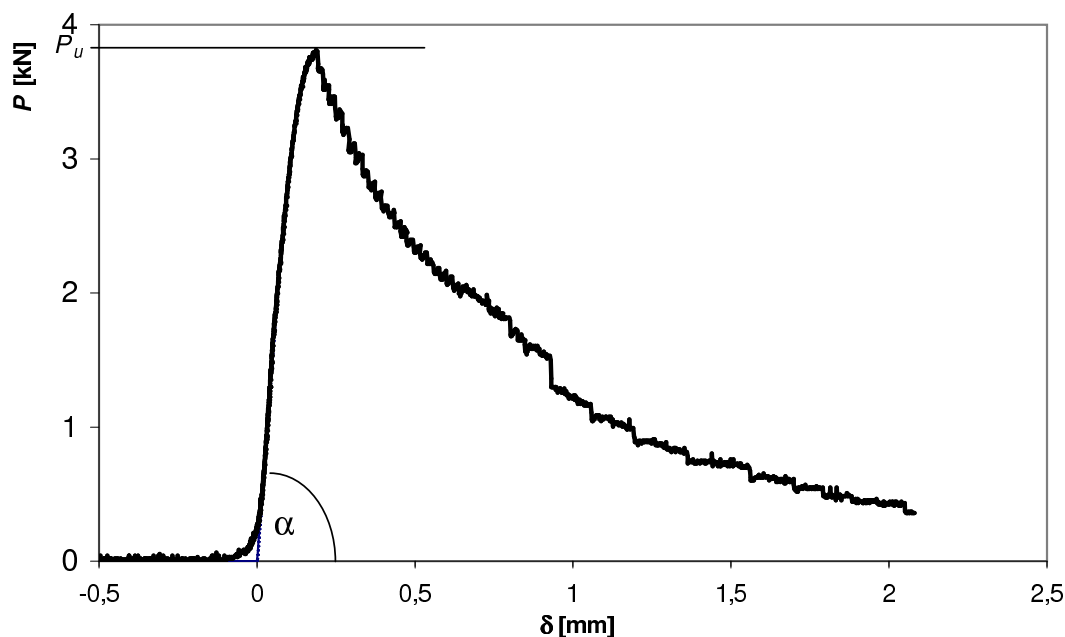
Obrázek 4.9: Pevnost v závislosti na teplotě. Chybové úsečky představují odhad pravděpodobné chyby Δ_{50} .

4.8 Modul pružnosti E

Youngův modul pružnosti vypočteme pomocí vztahu 3.1. Hodnotu funkce F_1 pro $a_0 = 25$ mm nalezneme pomocí numerické integrace: $F_1 = 0,0937$. Vztah 3.1 se po dosažení rozměrů vzorku redukuje na³

$$E = 149\mathcal{E}_0, \quad (4.1)$$

kde tuhost trámce \mathcal{E}_0 se určí jako směrnice rostoucí části l - d křivky tj. $\mathcal{E}_0 = \tan \alpha = \frac{\Delta P}{\Delta \delta} \Big|_{\delta=0}$ (obrázek 4.10). Výsledky jsou sumarizovány v tabulce 4.5 a znázorněny na



Obrázek 4.10: Určení tuhosti trámce z rostoucí části l - d křivky.

obrázku 4.11. Příčina prudkého nárůstu modulu pružnosti u betonu 90 dní starého s teplotou žíhání s vrcholem při teplotách kolem 300 °C není zcela zřejmá, a není ani dokumentována v dostupné literatuře. Nárůstu modulu pružnosti nicméně částečně koresponduje určitý nárůst pevnosti při podobných teplotách na vzorcích stejného stáří. Tento nárůst je obvykle [42, 47, 49] vysvětlován urychlením hydratačních procesů u poměrně mladého betonu. Tomuto vysvětlení přirozeně nahrává fakt, že analogický jev není pozorován u betonu starého 180 dní. Přesto však je překvapující velikost nárůstu, neboť modul pružnosti je cca 4x vyšší než modul pružnosti „zralého“ 180 dní starého betonu při stejné teplotě. Bylo by nanejvýš vhodné tento zvláštní experimentální výsledek prověřit novými experimenty a v případě reprodukovatelnosti jevu se jej pokusit teoreticky vysvětlit. Protože v obou případech hraje zřejmě podstatnou roli obsah vody, bylo by vhodné experimenty doplnit o studium vzorků, u kterých bude při zahřívání zabráněno ztrátám vody.

³Konstanta 149 je v jednotkách SI, tj. m^{-1} .

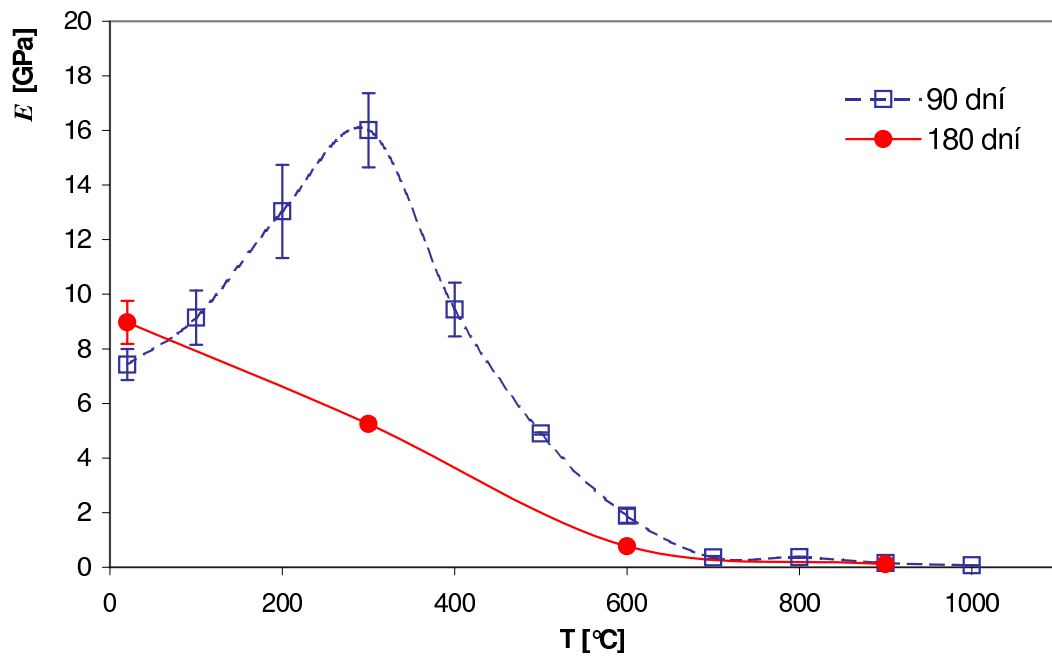
Tabulka 4.5: Modul pružnosti betonu E získaný analýzou $l-d$ křivek v závislosti na teplotě a stáří vzorků.

série	stáří [dní]	teplota [°C]	E [GPa]	Δ_{50} [GPa]
M	90	20	7,4	$\pm 0,6$
A	90	100	9	± 1
D	90	200	13	± 2
B	90	300	16	± 1
E	90	400	9	± 1
C	90	500	4,90	$\pm 0,04$
F	90	600	1,9	$\pm 0,3$
G	90	700	0,36	$\pm 0,05$
K	90	800	0,36	$\pm 0,02$
L	90	900	0,16	$\pm 0,02$
H	90	1000	0,067	$\pm 0,006$
U	180	20	9,0	$\pm 0,8$
R	180	300	5,25	$\pm 0,2$
S	180	600	0,77	$\pm 0,06$
T	180	900	0,111	$\pm 0,0004$

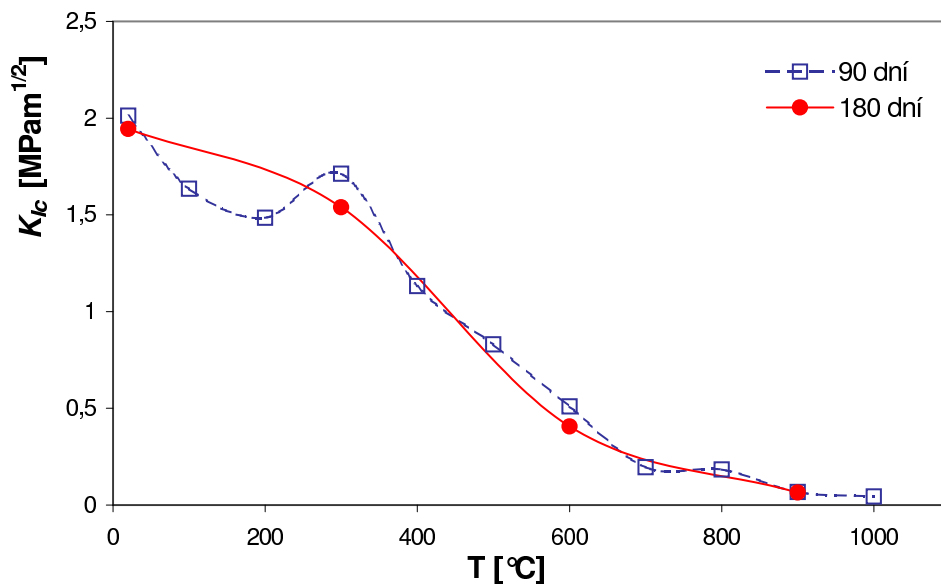
4.9 Kritická hnací síla trhliny G_c a kritický faktor intenzity napětí K_{Ic}

Tyto parametry byly vypočteny s použitím vztahů 3.10 a 3.11. Při hodnocení jejich významu je třeba mít na paměti omezení, způsobená nelineárním chováním betonu (existencí lomové procesní zóny). Je známo, že za materiálové charakteristiky lze kritickou hnací sílu respektive kritický faktor napětí považovat pouze u křehkých materiálů, u kterých výše uvedené předpoklady LEFM beze zbytku platí⁴. V případě kvazikřehkých materiálů s výraznou lomovou procesní zónou (tj. i v případě betonu) jsou tyto parametry silně závislé na velikosti zkušebních vzorků (např. HILLERBORG [2]).

⁴Ale i u takových materiálů je K_{Ic} ovlivněn tahovým modem, který se mění v závislosti na rozměrech testovaného vzorku[13]. Při experimentech nikdy není dosažen čistý mod I.

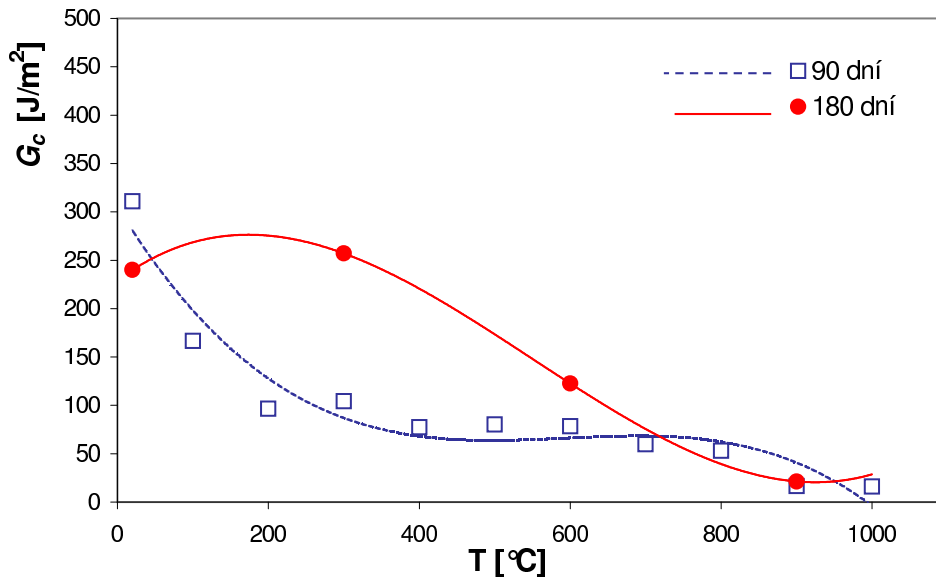


Obrázek 4.11: Modul pružnosti betonu E získaný analýzou $l-d$ křivek v závislosti na teplotě a stáří vzorků. Chybové úsečky představují odhad pravděpodobné chyby Δ_{50} .



(a) Kritický faktor intenzity napětí

Obrázek 4.12: Kritický faktor intenzity napětí jako funkce teploty



(a) Hnací síla trhliny

Obrázek 4.13: Hnací síla trhliny jako funkce teploty

4.10 Charakteristiky efektivní trhliny

4.10.1 Délka efektivní trhliny

Délka efektivní trhliny se určuje ze vztahu 3.1, kde vystupuje implicitně jako horní mez v integrálu $F_1(\alpha)$. Tato úloha se standardně řeší numericky, podařilo se nám však nalézt přibližné analytické vyjádření ve tvaru

$$\alpha(F_1) = \frac{1}{2} + \frac{\arctan(b_1 + b_2 \ln F_1 + b_3 (\ln F_1)^2 + b_4 (\ln F_1)^3)}{\pi}, \text{ kde}$$

$$b_1 = 0,2872 + 0,2091 \frac{W}{S}$$

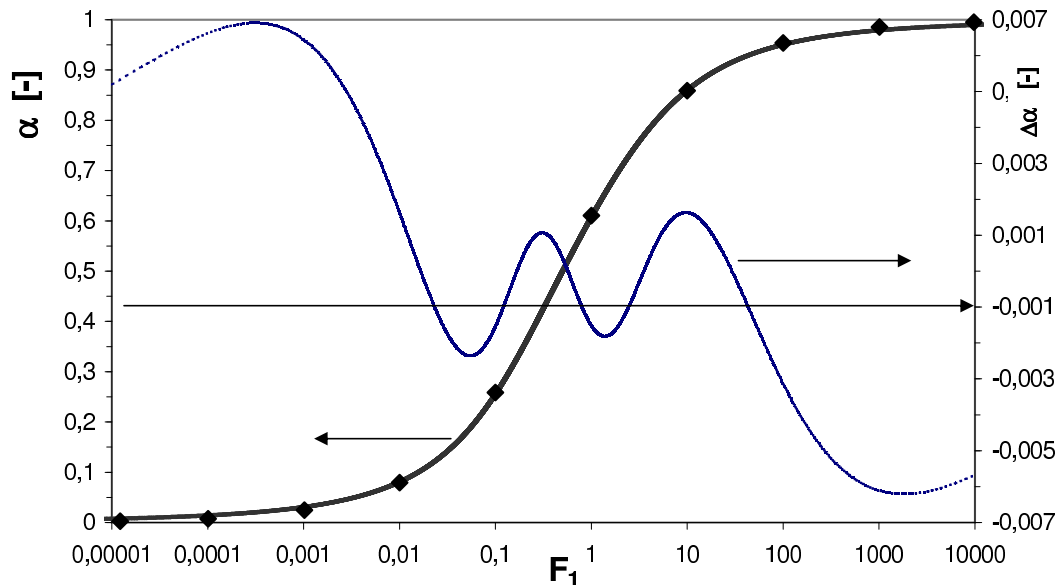
$$b_2 = 0,5268 - 0,0067 \frac{W}{S}$$

$$b_3 = 0,0381 + 0,017 \frac{W}{S}$$

$$b_4 = 0,0284 - 0,002 \frac{W}{S},$$
(4.2)

který platí v širokém intervalu poměru šířky trávce ku rozpětí podpor tj. pro $0,1 < \frac{W}{S} < 1$. Nalezená funkce je vynesena v grafu 4.14. Pro všechny přípustné hodnoty relativní délky trhliny ($0 < \alpha < 1$), je odchylka menší než 0,007 (obrázek 4.15⁵), což

⁵Překvapivé je, že takto vypadá chyba funkce 4.2 pro všechny poměry W/S . Proč je tomu tak u numericky fitované křivky je přinejmenším pozoruhodné a rozhodně to stojí za bližší rozbor.



Obrázek 4.14: Aproximace funkce $\alpha(F_1)$ a její chyba. Přesné hodnoty vypočtené numerickou integrací jsou znázorněny jako body a navržená funkce 4.2 jako spojitá plná čára.

v našem případě ($W = 100\text{mm}$) představuje 0,7 mm, pro $0,1 < \alpha < 0,9$ je chyba menší než 0,002 (0,2 mm).

Pokud nyní vyjádříme F_1 ze vztahu 3.1, můžeme vypočítat délku efektivní trhliny podstatně jednodušším způsobem než je obvyklý numerický postup. Máme:

$$F_1 = \frac{2B}{9} \left(\frac{W}{S} \right)^2 \left(\frac{E}{\mathcal{E}_u} - \frac{1}{4B} \left(\frac{S}{W} \right)^3 \left(1 - 0,387 \frac{W}{S} + 12,13 \left(\frac{W}{S} \right)^{2,5} \right) \right), \text{ kde } \mathcal{E}_u = \frac{P_u}{\delta_u}.$$

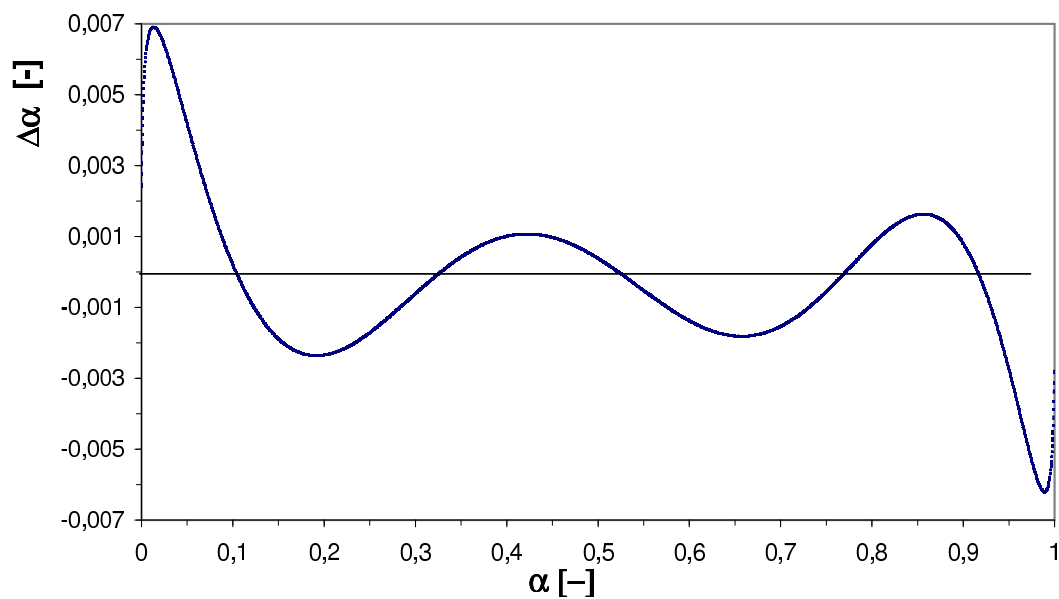
Po dosazení rozměrů vzorků ($W/S=1/3$) je⁶:

$$F_1 = \left(\frac{E}{\mathcal{E}_u} - 111,3 \right) / 405. \quad (4.3)$$

Naznačeným postupem byla vypočtena délka efektivní trhliny u studovaného souboru vzorků. Výsledky výpočtu jsou znázorněny na obr. 4.16 (a).

Model efektivní trhliny se pokouší lineárně-plastické chování trávce (před dosažením maximální hodnoty zatěžovací síly) nahradit čistě lineárním přičemž snížení tuhosti způsobené vznikem procesní zóny je nahrazeno fiktivním zvýšením hloubky zářezu v trávci. Obecně vzato je vyšší hodnota a_{eu} indikátorem vzniku plastické procesní zóny v okolí špičky trhliny. Tak je tomu i u vzorků 180-denního stáří z našich experimentů. V případě 90-denního betonu je však rychlejší nárůst délky efektivní trhliny s teplotou způsoben zejména prudkým nárůstem modulu

⁶konstanty jsou opět v SI

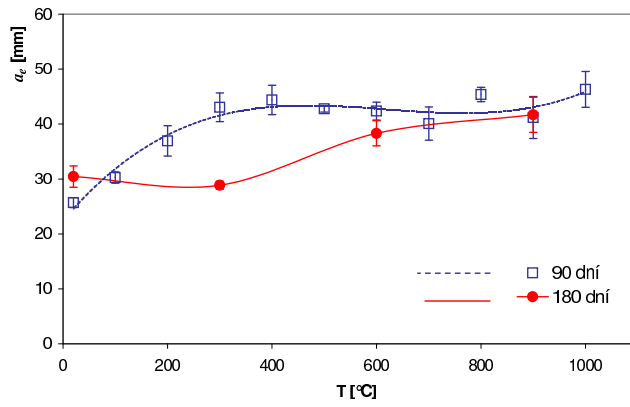


Obrázek 4.15: Chyba funkce 4.2 v závislosti na relativní délce trhliny

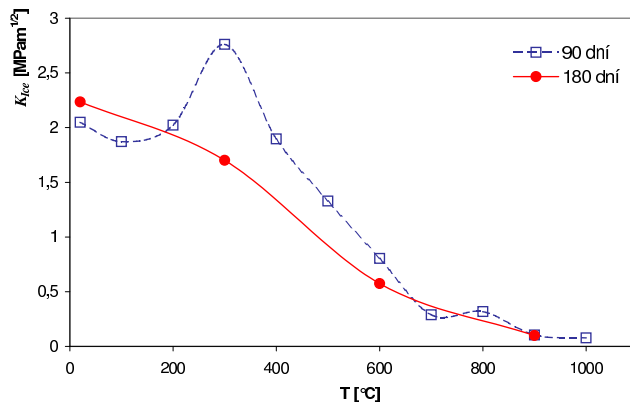
pružnosti naměřeného u těchto vzorků při teplotách kolem 300 °C ⁷. Nelze jej tedy jednoznačně přisoudit pouze rozšíření procesní zóny.

Dále určíme efektivní kritického faktoru intenzity napětí, a to s pomocí vztahu 3.16 a efektivní hodnotu hnací síly trhliny s pomocí vztahu 3.12.

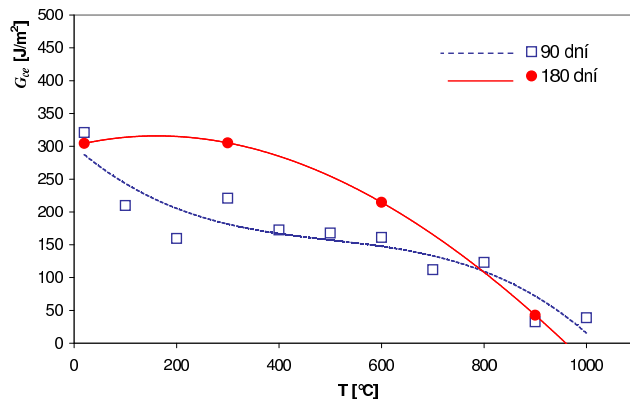
⁷Ke snížení tuhosti trámce s vyšším modulem pružnosti je třeba delší trhliny.



(a) Délka efektivní trhliny



(b) Efektivní hodnota kritického faktoru intenzity napětí



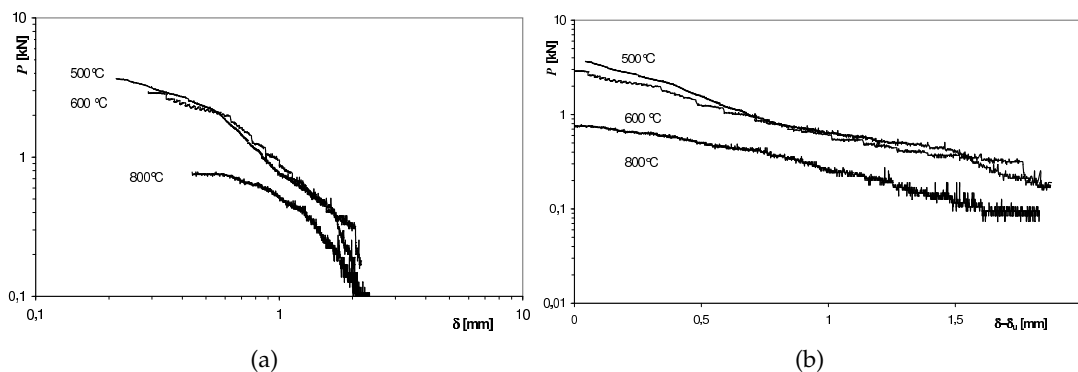
(c) Efektivní hodnota hnací síly trhliny

Obrázek 4.16: Parametry efektivní trhliny jako funkce teploty

4.11 Lomová energie

4.11.1 Lomová energie podle RILEMU

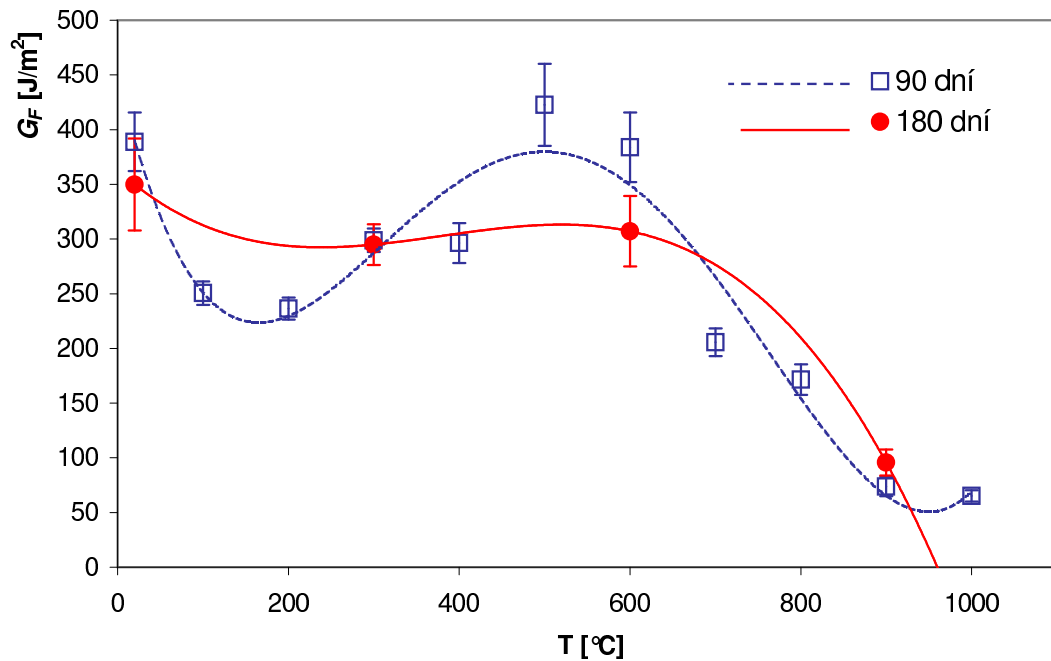
Pro výpočet lomové energie G_F podle vztahu 3.20 je důležité, aby záznam tříbodového ohybu byl proveden až do vysokých hodnot deformace, kdy deformující síla již klesá k nule⁸. Měření, která máme k dispozici, jsou v tomto ohledu velmi kvalitní, neboť jsou zaznamenány do mimořádně vysokých hodnot deformace ($\delta_{max} \approx 2,5$ mm). Pro teploty do 400 °C je tato hodnota dostatečná pro výpočet lomové energie s dobrou přesností. V případě vyšších teplot je však relativní hodnota působící síly v okamžiku ukončení záznamu poměrně vysoká, což nevyhnutelně vede ke zvýšení relativní chyby výpočtu lomové energie. Bude tedy vhodné nějakým způsobem nahradit chybějící část $l-d$ křivky pro $\delta > \delta_{max}$. Nahrazení hyperbolou, tak jak je popsáno v [32, 5] není v našem případě příliš vhodné, jak je ilustrováno na obrázku 4.17 (a). Pokud bychom měli sestupné části $l-d$ křivky nahradit hyperbo-



Obrázek 4.17: Sestupná část $l-d$ křivky pro vybrané teploty v logaritmickém resp. v semilogaritmickém měřítku. Pro jiné teploty je průběh obdobný, nejsou uvedeny pouze kvůli zachování dobré čitelnosti obrázků.

lou, musely by být křivky na tomto obrázku alespoň přibližně lineární. Toho nelze dosáhnout dokonce ani svislým posunutím $l-d$ křivek (není ilustrováno). Z obrázku 4.17 (b) je zřejmé, že přibližně lineární jsou sestupné části $l-d$ křivky tehdy, je-li vynesena graf v semilogaritmickém tvaru, tj. $\ln P$ v závislosti na $\delta - \delta_u$. Musí tedy platit $P = c_1 \exp(-c_2(\delta - \delta_u))$. S výhodou můžeme využít model ZHANGA ET AL. definovaný vztahem 3.25 (b). Index změkčení γ dodává další stupeň volnosti umožňující korigovat mírné odchylky od linearit v semilogaritmickém grafu. Zřejmě ovšem bude platit $\gamma \approx 1$. Jsou-li křivky mírně konkávní (jako například křivka pro 800 °C

⁸Paradoxně právě tato pečlivost způsobí, že lomová energie není materiálovým parametrem, ale závisí na rozměrech vzorku, hloubce zářezu a na velikosti FPZ. V okamžiku, když se trhлина blíží k hornímu povrchu trávce je totiž „lokální“ lomová energie tímto povrchem silně ovlivněna což se promítne i do výsledné hodnoty G_F (obrázek 4.19 a vztah 3.21). Neexistuje ovšem žádný jednoduchý předpis, jak tento problém vyřešit.



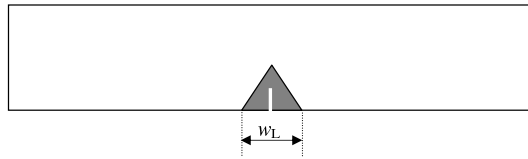
Obrázek 4.18: Lomová energie jako funkce teploty

v grafu 4.17 (b), bude $\gamma > 1$, jsou-li konvexní (jako například křivka 500 °C) bude $\gamma < 1$. Nahradíme-li chybějící část sestupné větve $l-d$ křivky uvedeným modelem (jak je ilustrováno na obrázku 4.31), získáme lomovou energii již prostou numericou integrací. Integraci můžeme prodloužit do libovolně vysokých hodnot d , přičemž při hodnotách $d \rightarrow 6\text{mm}$ dosahuje síla řádu 10^{-7}kN a může být proto zcela zanedbána. Z obrázku 4.18 je patrné, že lomová energie je prakticky konstantní až do teploty 600 °C, pak začíná prudce klesat.

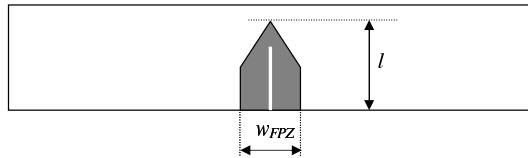
4.11.2 Lomová energie nezávislá na tvaru vzorku v rozšířeném modelu efektivní trhliny

Důvodem nelinearity při šíření trhliny konstrukcí je zejména deformace pole napětí v okolí špice trhliny v důsledku existence lomové procesní zóny v okolí trhliny. Šířka lomové procesní zóny se během postupu trhliny konstrukcí mění, jak je demonstrováno na obr. 4.19. FPZ je nedílnou součástí trhliny a proto lze předpokládat, že se změnou šířky FPZ se mění i energie vyžadovaná k šíření trhliny. Experimentálně určená hodnota G_F je proto vždy ovlivněna rozměry vzorku a hloubkou zářezu. V této části se pokusíme vyvinout metodiku pro určování lomové energie pokud možno nezávislé na rozměrech vzorku a hloubce zářezu, tedy lomové energie platné pro nekonečně velký vzorek.

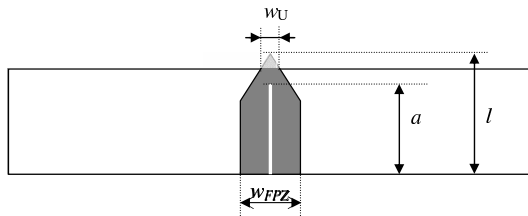
Přijmeme-li zjednodušující předpoklad, že energie \mathcal{G} potřebná na vytvoření jednotkového objemu lomové procesní zóny je konstantní, pak pro energii g_f potřeb-



(a) Při vzniku trhliny má procesní zóna přibližně tvar trojúhelníku



(b) Při dalším šíření dosáhne procesní zóna své maximální šířky w_{FPZ} . Lomová procesní zóna je plně rozvinutá.



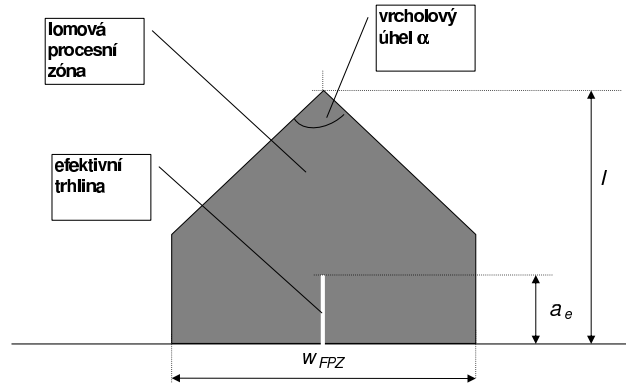
(c) Nakonec procesní zóna na horním okraji "vyjíždí" z trámce

Obrázek 4.19: Tvar lomové procesní zóny se při šíření trhliny vzorkem (konstrukcí) mění a v důsledku toho se mění i energie potřebná na šíření trhliny. w_L je šířka lomové procesní zóny na spodním okraji trámce, w_U je šířka na horním okraji.

nou na vytvoření jednotkové plochy trhliny platí:

$$g_f = \frac{\mathcal{G}}{B} \frac{dV_{FPZ}}{da},$$

kde a je délka trhliny. Určit přesně délku trhliny ovšem není vzhledem k existenci poměrně rozsáhlé lomové procesní zóny možné, pojem délka trhliny nemá zřejmý význam. Musíme se tedy spokojit s přibližným modelovým vyjádřením. Vhodný je výše zavedený model efektivní trhliny, pokud jej zobecníme pro libovolnou hodnotu zatížení a deformace. Délku trhliny a ztotožníme s délkou efektivní trhliny a_e , jejíž hodnotu získáme ze vztahu 4.2, tím že do vztahu 4.3 dosadíme příslušnou dvojici P a δ (obrázek 4.21). Objem V_{FPZ} pak vyjádříme s pomocí obrázku 4.20. Délka l a šířka w lomové procesní zóny jsou funkcí délky efektivní trhliny, w_{FPZ} je šířka plně rozvinuté lomové procesní zóny a na délce efektivní trhliny nezávisí.



Obrázek 4.20: Rozměry lomové procesní zóny v modelu efektivní trhliny. l je délka lomové procesní zóny, w_{FPZ} je šířka plně rozvinuté lomové procesní zóny.

Derivaci objemu V_{FPZ} podle délky efektivní trhliny můžeme vyjádřit:

$$\frac{dV_{FPZ}}{da_e} = \begin{cases} B w_L(a_e) & \text{pro } w_L < w_{FPZ} & \text{(a)} \\ B w_{FPZ} & \text{pro } w_L > w_{FPZ} \text{ and } l < W & \text{(b)} \\ B \{w_{FPZ} - w_U(a_e)\} & \text{pro } l > W & \text{(c)}, \end{cases} \quad (4.4)$$

kde jednotlivé rovnice se vztahují k obrázkům (a) až (c) na obr. 4.19 a w_L a w_U jsou šířky lomové procesní zóny na dolním, respektive horním okraji trávce. Tyto vztahy můžeme ještě více zjednodušit přijmeme-li předpoklad, že závislost šířky lomové procesní zóny na délce efektivní trhliny na obou okrajích trávce je lineární, tedy že $\frac{dw}{da_e} = konst.$ V případě plně rozvinuté procesní zóny je šířka lomové procesní zóny na spodním okraji trávce konstantní a rovna w_{FPZ} . Dostaneme tedy

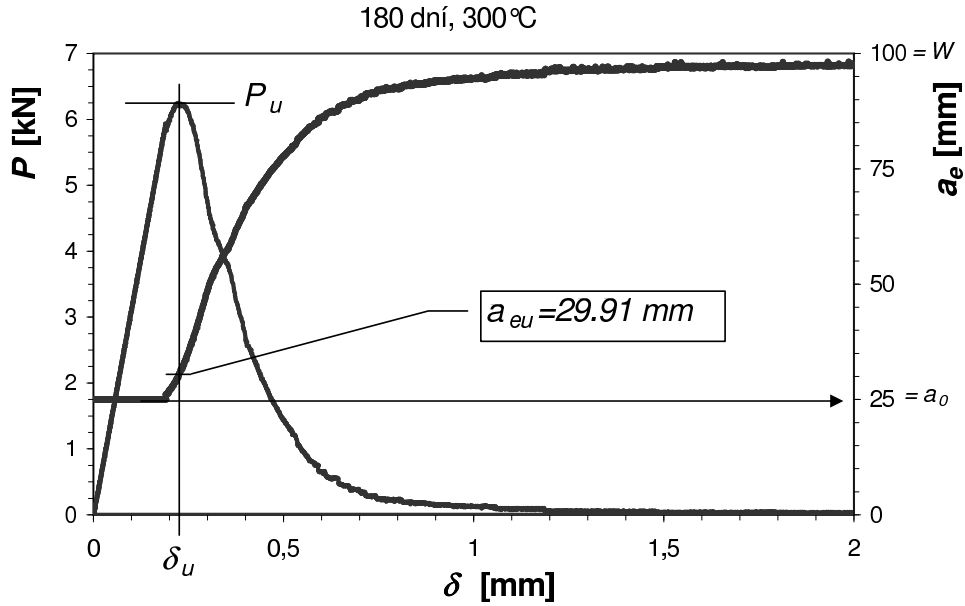
$$\frac{dV_{FPZ}}{da_e} = \begin{cases} B \left(\frac{dw_L}{da_e} a_e + w_{01} \right) & \text{(a)} \\ B w_{FPZ} & \text{(b)} \\ B \left(w_{02} - \frac{dw_U}{da_e} a_e \right) & \text{(c)}, \end{cases} \quad (4.5)$$

kde derivace $\frac{dw_L}{da_e}$ a $\frac{dw_U}{da_e}$ jsou konstantní a w_{01} a w_{02} jsou konstanty stanovené při vzniku zóny do spodního respektive horního okraje trávce. .

Nyní můžeme vyjádřit g_f jako funkci délky efektivní trhliny⁹:

$$g_f(a_e) = \begin{cases} \frac{G_\infty - G_0}{a_t} (a_e - a_0) + G_0 & \text{pro } a_e < a_t + a_0 \\ G_\infty & \text{pro } a_t + a_0 < a_e < W - a_l \\ G_\infty - (a_e - W + a_l) \frac{G_\infty}{a_l} & \text{pro } a_e > W - a_l \end{cases} \quad (4.6)$$

⁹Zavedeme přitom jiné symboly, abychom se přiblížili bilineárnímu modelu uvedenému na straně 26. Význam symbolů je zřejmý z obrázku 4.23.



Obrázek 4.21: Délka efektivní trhliny a_e pro obecnou hodnotu deformace trámce δ . Stáří vzorku 180 dní, $T = 300^\circ\text{C}$. l - d křivka určena experimentálně v celém zobrazeném rozsahu.

Porovnáním konstant dostaneme:

$$\begin{aligned} \frac{G_\infty - G_0}{a_t} &= \mathcal{G} \frac{dw_L}{da_e} \\ G_0 - (G_\infty - G_0) \frac{a_0}{a_t} &= \mathcal{G} w_{01} \\ G_\infty &= \mathcal{G} w_{FPZ} \\ \frac{G_\infty}{a_l} &= \mathcal{G} \frac{dw_U}{da_e} \\ G_\infty - (a_l - W) \frac{G_\infty}{a_l} &= \mathcal{G} w_{02}. \end{aligned} \quad (4.7)$$

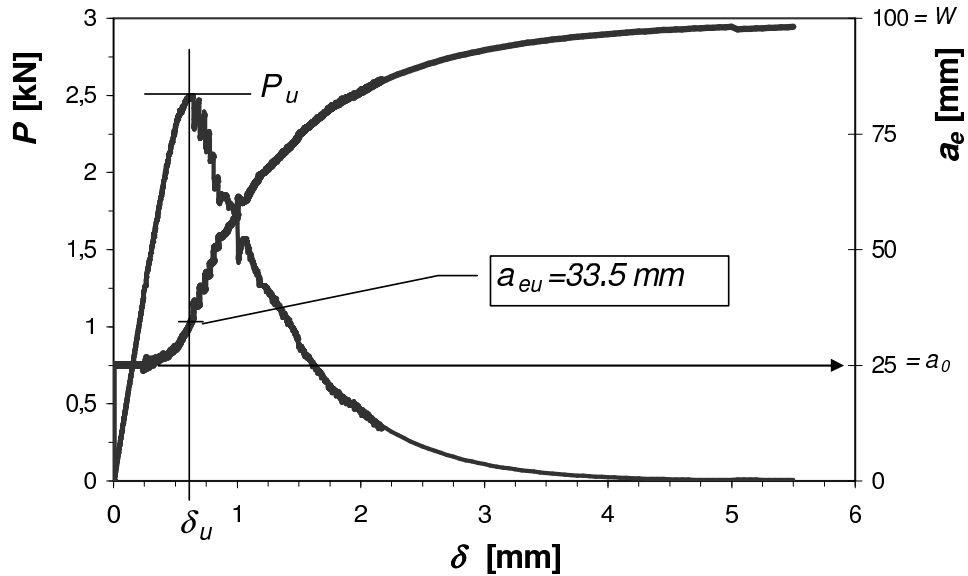
Výše uvedeným postupem jsme dokázali, že funkční závislost $g_f(a_e)$ může být nahrazena přibližně třílineární funkcí 4.6, která je zobrazena na obrázku 4.23.

Experimentální určení lomové energie jako funkce délky efektivní trhliny¹⁰ je poměrně snadnou záležitostí. Musí totiž platit [61] (srovnej vztah 3.5):

$$g_f(a_e) = G = \frac{1}{B} \frac{dW_{tot}}{da_e}, \quad (4.8)$$

kde W_{tot} je práce vnějších sil a elastických sil. Pro práci vnějších sil použijeme stejný předpis jakým jsme zavedli lomovou práci W_p (3.19), integraci však neprovedeme

¹⁰Pokud jsme přijali rozšířený model efektivní trhliny i mimo obvyklou mez použití tj. pro $P \neq P_u$, $\delta \neq \delta_u$.



Obrázek 4.22: Délka efektivní trhliny a_e pro obecnou hodnotu deformace trámce δ . Stáří vzorku 180 dní, $T = 600\text{ }^\circ\text{C}$. Konec sestupné větve $l-d$ křivky je aproximován vztahem 3.25 b).

přes celou $l-d$ křivku, ale jen do aktuální hodnoty δ , tj. $W_p = \int_0^\delta P(x)dx$. Za předpokladu platném v modelu efektivní trhliny, tj. že trámec je dokonale elastický, ale je „změkčený“ efektivní trhlinou, potenciální energii elastických sil U_e lze vyjádřit jako $\frac{P^2(\delta)}{2\mathcal{E}}$, kde $\mathcal{E} = \frac{P}{\delta}$. Pro práci W_{tot} vnějších a elastických sil platí (ilustrace je na obrázku 4.24):

$$W_{tot} = W_p - U_e = \int_0^\delta P(x)dx - \frac{P^2(\delta)}{2\mathcal{E}}. \quad (4.9)$$

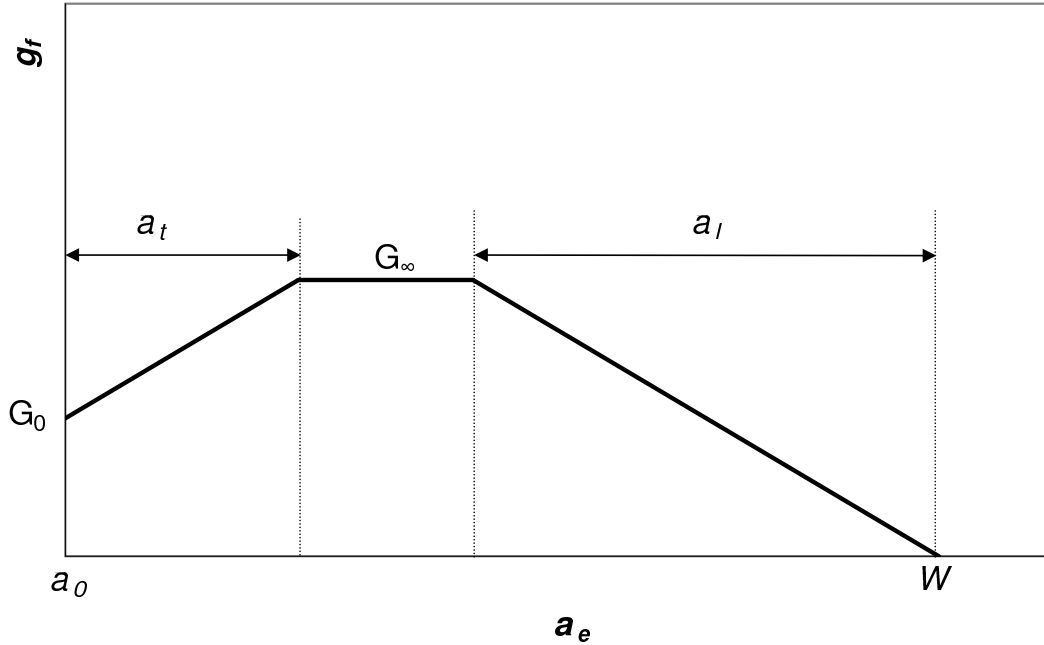
Máme tedy vztah

$$g_f(a_e) = \frac{1}{B} \frac{d \left(\int_0^\delta P(x)dx - \frac{P(\delta)\delta}{2} \right)}{da_e}. \quad (4.10)$$

Výpočet lze provést několika způsoby:

1. Numericky vypočteme integrál v čitateli a provedeme numerickou derivaci podle a_e . Tento postup je možný, jen je nutné při derivaci použít vhodný filtr k vyhlazení experimentálních dat, protože ta jsou značně zašuměná.
2. Analyticky provedeme derivaci ve vztahu 4.10 s využitím rovnic 4.2, 4.3 a dostaneme tak $g_f(a_e)$ jako funkci P , δ a $\frac{dP(\delta)}{d\delta}$. Postup je následující: protože a_e je funkcí δ můžeme rovnici 4.10 přepsat:

$$g_f(a_e) = \frac{1}{B} \frac{d \left(\int_0^\delta P(x)dx - \frac{P(\delta)\delta}{2} \right)}{d\delta} \frac{d\delta}{da_e}$$



Obrázek 4.23: Zavedení trojlineárního modelu lomové energie g_f

a po provedení derivací podle δ dostaneme:

$$g_f(a_e) = \frac{1}{2B} \left(P(\delta) - \delta \frac{dP(\delta)}{d\delta} \right) \frac{d\delta}{da_e}.$$

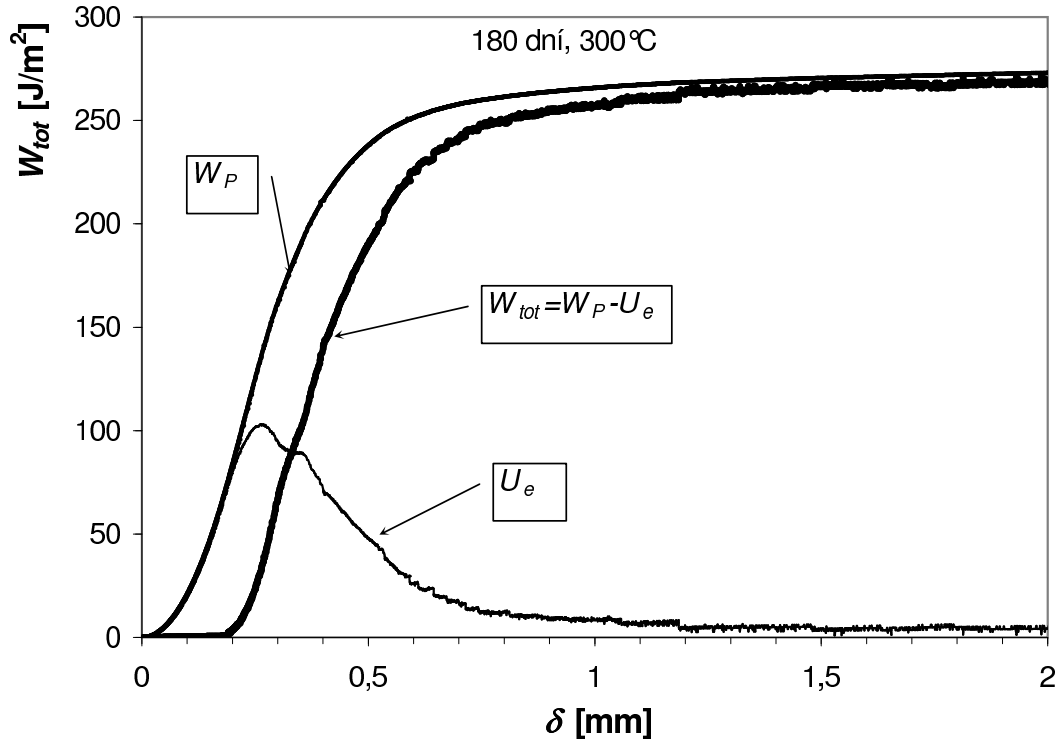
Derivaci $\frac{d\delta}{da_e}$ vyjádříme jako $\frac{d\delta}{da_e} = \frac{d\delta}{dF_1} \frac{dF_1}{da_e}$ a s použitím rovnic 4.2, 4.3 dále:

$$\frac{dF_1}{da_e} = \frac{\pi F_1 \left(1 + (0,36 + 0,531 \ln F_1 + 0,0404(\ln F_1)^2 + 0,0248(\ln F_1)^3)^2 \right)}{W \left(0,531 + 0,0808 \ln F_1 + 0,0744(\ln F_1)^2 \right)}$$

$$\frac{d\delta}{dF_1} = \frac{405P^2(\delta)}{149\mathcal{E}_0 \left(P(\delta) - \delta \frac{dP(\delta)}{d\delta} \right)}.$$

Pro přímé zpracování l - d křivek je tento postup v podstatě ekvivalentní postupu předchozímu se všemi problémy spojenými s numerickou derivací, ale mohl by být velmi vhodný pokud pro modelování tvaru l - d křivky využíváme některý z modelů uvedených v části 3.3.5. V takovém případě je totiž možné derivaci $\frac{dP(\delta)}{d\delta}$ provést analyticky.

3. Třetí možností je, že numericky určíme W_{tot} , stejně jako v prvním případě, a získanou závislostí $W_{tot}(a_e)$ proložíme vhodnou křivku. Výhodou tohoto postupu je, že se vyhneme numerické derivaci a zpracování je tak jednodušší a výsledky nejsou ovlivněny použitím filtru. Jako křivku k proložení $W_{tot}(a_e)$



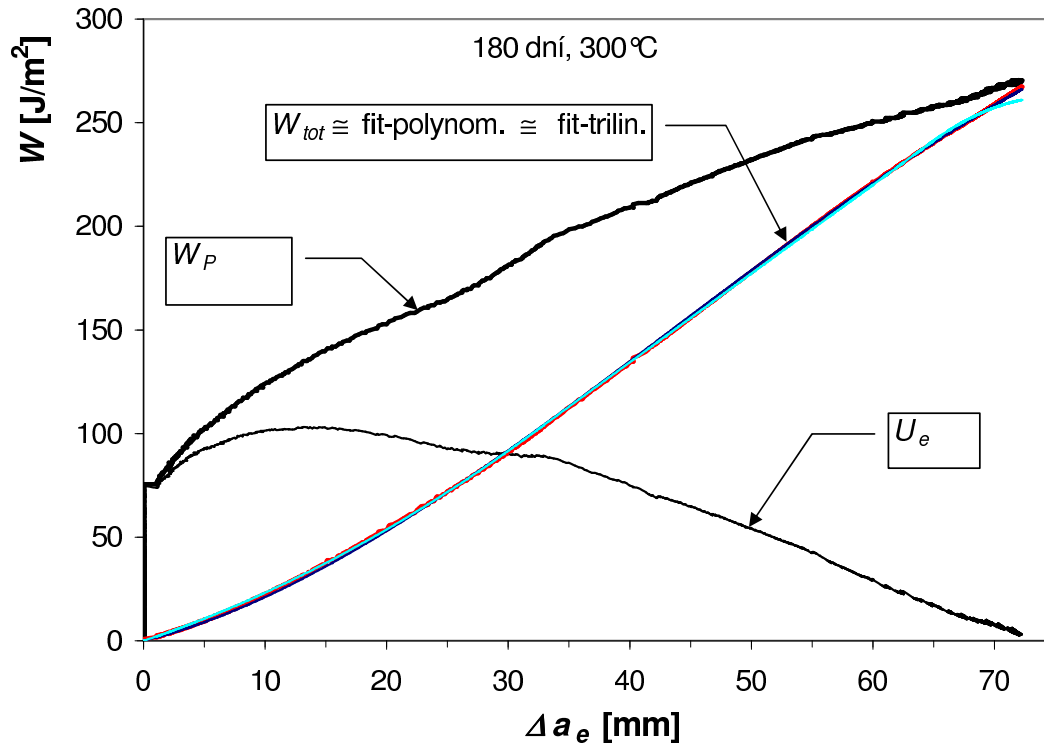
Obrázek 4.24: Práce vnějších a práce elastických sil (obrázek je normalizován na plochu ligamentu) (vztah 4.9) jako funkce průhybu trámce δ

vybereme polynom, nebo integrál trojlineárního modelu zavedeného vztahem 4.6, tj.:

$$W_{tot}(a_e) = \begin{cases} \frac{G_\infty - G_0}{2a_t} (a_e - a_0)^2 + G_0 a_e + c_1 & \text{pro } a_e < a_t + a_0 \\ G_\infty a_e + c_2 & \text{pro } a_t + a_0 < a_e < W - a_l \\ G_\infty a_e - (a_e - W + a_l)^2 \frac{G_\infty}{2a_l} + c_3 & \text{pro } a_e > W - a_l, \end{cases} \quad (4.11)$$

kde konstanty c_1 , c_2 a c_3 jsou voleny tak, aby křivky (parabola - přímka - parabola) na sebe navazovaly v bodech napojení tj. v bodech $a_e = a_t + a_0$, respektive $a_e = W - a_l$. Proložení obou křivek je ilustrováno na obrázku 4.25. Získanou křivku analyticky derivujeme podle a_e a tím získáme lomovou energii g_f jako funkci a_e (respektive jako funkci $\Delta a_e = a_e - a_0$). Výsledek je ilustrován na obrázku 4.26. Z obrázku je patrné, že při troše dobré vůle lze skutečně závislost $g_f(a_e)$ získanou přímo numerickou derivací rozdělit na tři lineární úseky a že tedy trojlineární model velmi dobře popisuje experimentální skutečnost. Významná je existence „plató“ mezi vzestupnou a sestupnou částí funkce $g_f(a_e)$, která naznačuje, že rozměry vzorku (šířka trámce W) jsou dostatečné k určení G_∞ (obrázek 4.27).

Všechny použité metody poskytují velmi podobný výsledek, s výjimkou situace



Obrázek 4.25: Proložení polynomu čtvrtého stupně, respektive trojlineárního modelu energií G vynakládanou na šíření trhliny. Graf je vyneseno v závislosti na $\Delta a_e = a_e - a_0$.

když se špiče efektivní trhliny blíží k hornímu okraji vzorku ($\Delta a_e \rightarrow W - a_0$), kde trojlineární model selhává, respektive kde se energie G chová poněkud podivně: derivace $\frac{dG}{da_e}$ totiž začíná opět růst místo aby se blížila k nule¹¹. Zdá se, síla v $l-d$ diagramu „klesá příliš pomalu“ a tak na konečné dolomení trávce je zapotřebí více energie než bylo očekáváno. Tento paradox by bylo možné poměrně velmi dobře odstranit svislým posunutím $l-d$ křivky¹², bohužel však z rozboru vychází posun směrem dolů¹³, který zřejmě nemá fyzikální opodstatnění¹⁴. Nezbývá tedy než se smířit s tím, že se jedná zřejmě o chybu způsobenou tím, že ne zcela přesně známe a_e jako funkci zatížení a průhybu trávce. Vztah 3.1 není natolik přesný¹⁵, abychom

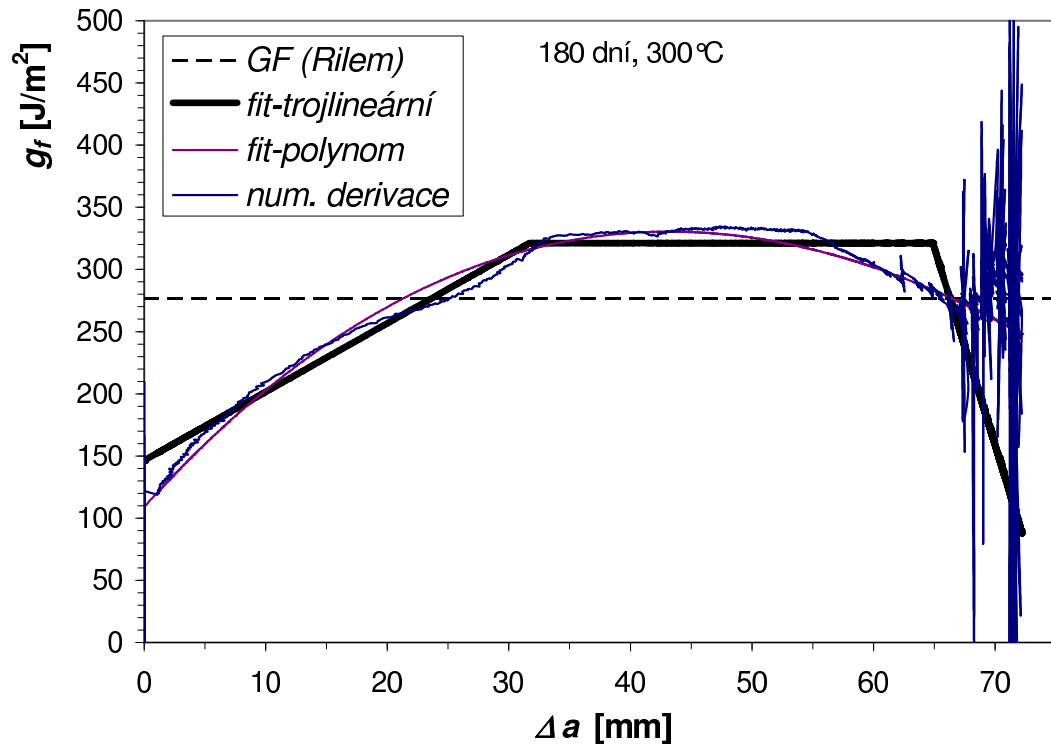
¹¹ A to až na vzácné výjimky prakticky u všech analyzovaných křivek, proto se nelze spokojit s triviálním vysvětlením, že v této oblasti $l-d$ křivky je relativní přesnost měření velmi nízká, jak je vidět na zašumění křivky získané derivací (byl použit filtr průměrující hodnoty dvaceti experimentálních bodů). Takže pokud jde o chybu měření je to chyba systematická.

¹² Tímto posunem jsme se již zabývali v kapitolách 3.3.4 a 4.11.

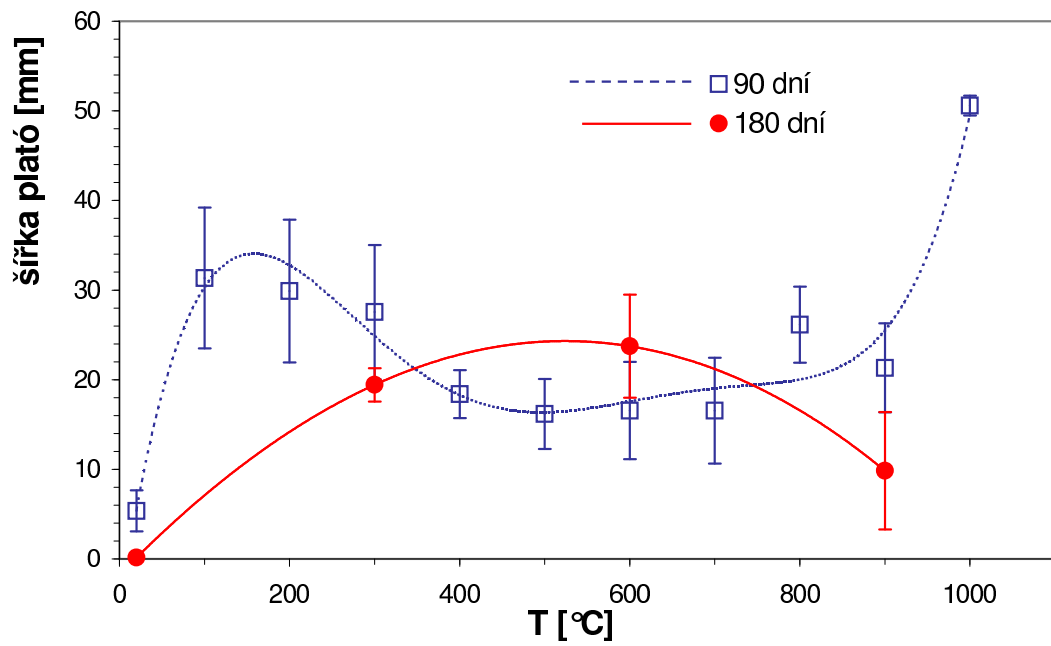
¹³ Dokonce do té míry, že by došlo k faktickému odříznutí významné části experimentálně naměřené sestupné části $l-d$ křivky.

¹⁴ Svislý posun $l-d$ křivky směrem dolů by byl fyzikálně zdůvodnitelný snad jen v případě ultralehkých heliem či vodíkem plněných plynosilikátů.

¹⁵ Podle MKP studie provedené STIBOREM [5, strana 31] chyba dramaticky roste pro $\alpha > 0,85$, což



Obrázek 4.26: Výpočet lomové energie g_f různými metodami



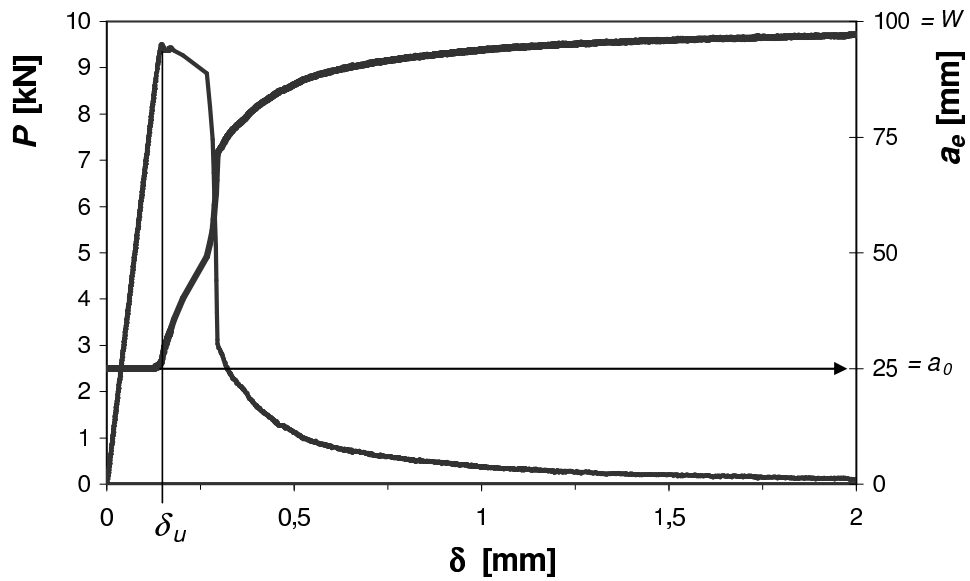
Obrázek 4.27: Šířka platů z třílineárního modelu

byli schopni vyjádřit délku efektivní trhliny dobrou přesností i při $a_e \rightarrow W$.

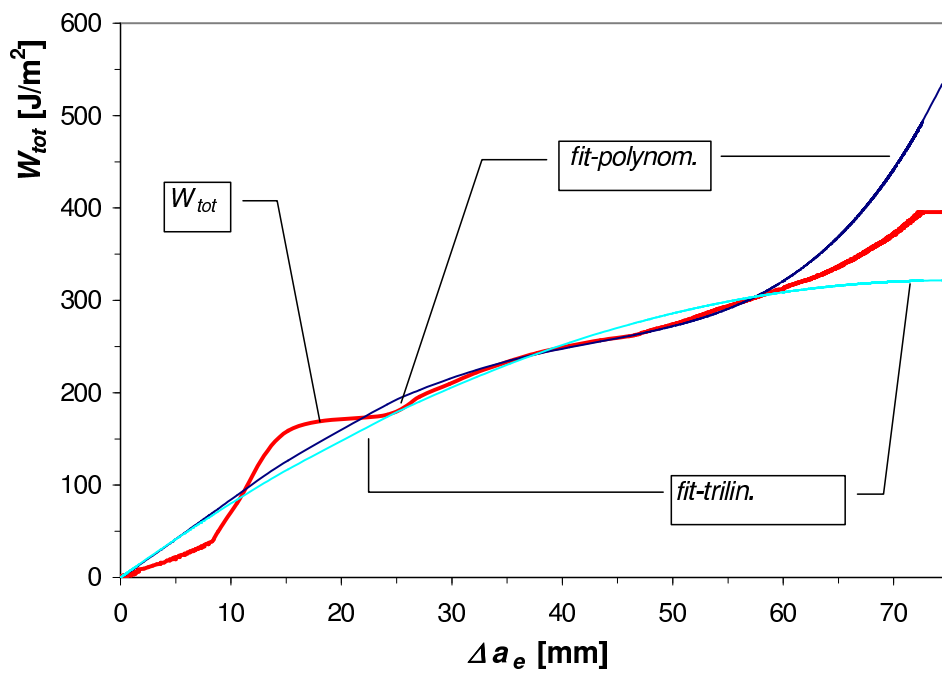
4.11.3 Vliv kameniva

V heterogenním materiálu, jakým beton bezesporu je, se trhlina nešíří přímočaře, ale sleduje cestu nejmenšího odporu. Pokud je v betonu kvalitní kamenivo - jehož pevnost v tahu je vyšší než pevnost cementové pasty - trhlina obvykle neprochází kamenivem, ale hledá si cestu kolem zrna. Velikost kameniva a také pevnost spojení mezi ním a cementovou pastou proto do značné míry ovlivňují celkovou délku trhliny, šířku lomové procesní zóny a v konečném důsledku i lomovou energii betonu. Jednotlivé kousky kamene se obvykle na $l-d$ křivce neprojeví, ale lze najít i výjimky, jako například na křivce betonu stáří 180 dnů, nevystaveného působení vysokých teplot (obr. 4.28). U betonů vystavených působení vyšších teplot se takovéto „zuby“ neobjevují, což je zřejmě způsobeno narušením vazby mezi kamenivem a cementovou pastou.

přibližně souhlasí s naším pozorováním. Při nižších hodnotách α je chyba v rozsahu do 4%.

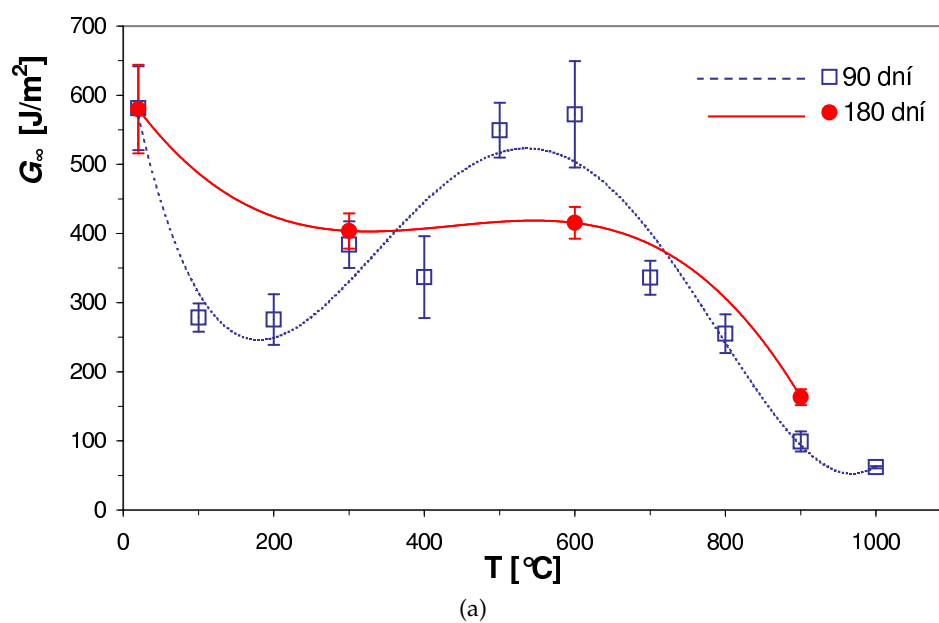


(a) l - d křivka a délka efektivní trhliny

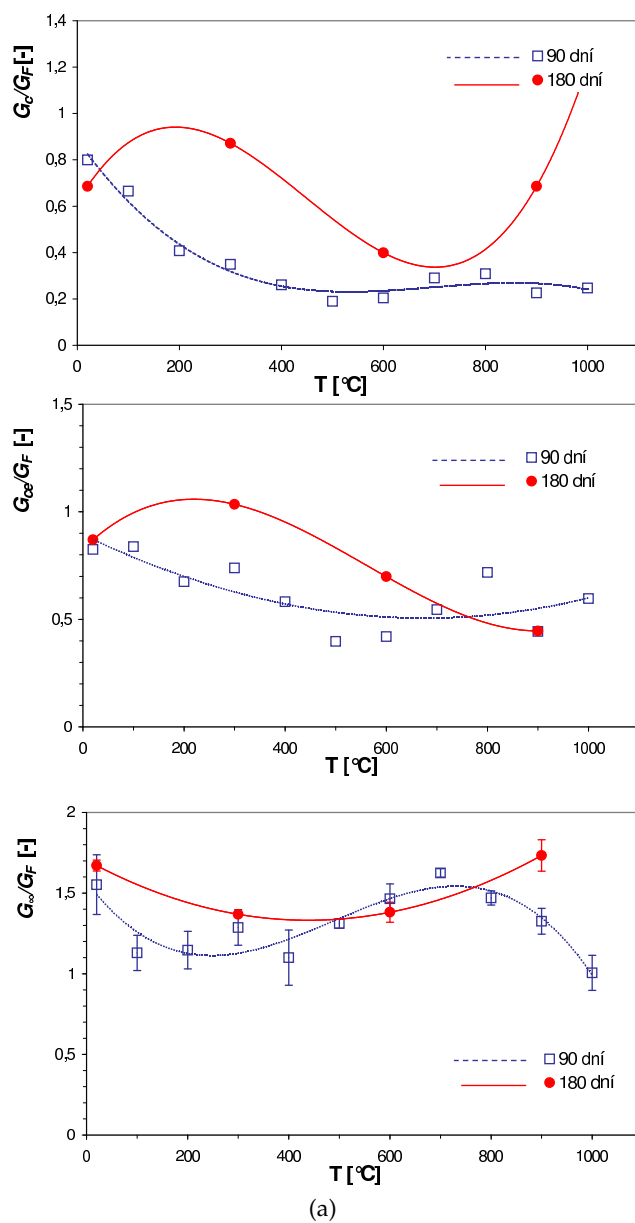


(b) Lomová energie G a její fit

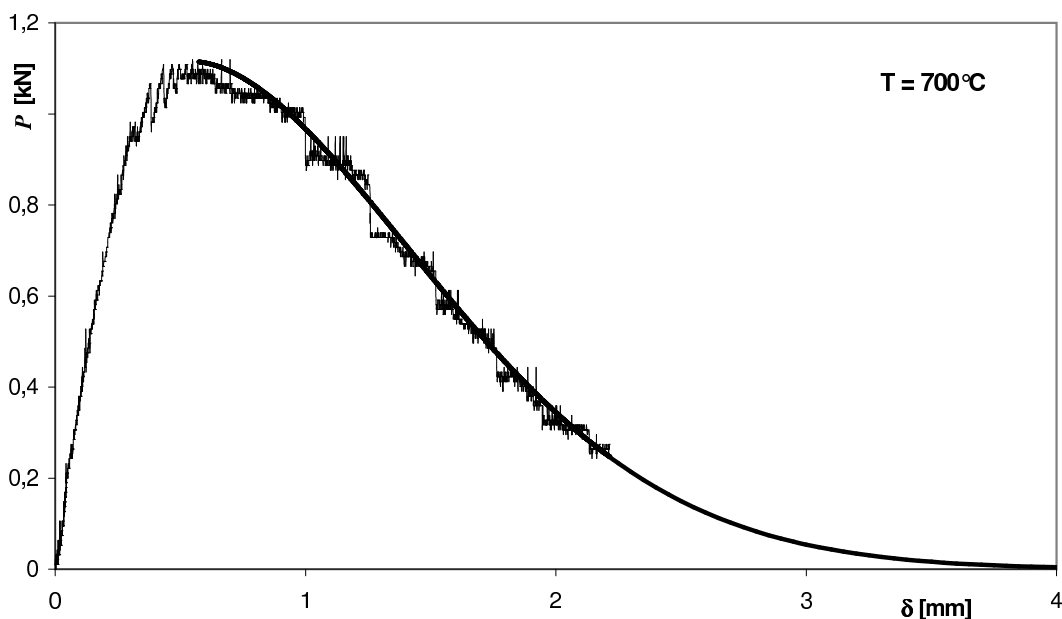
Obrázek 4.28: Tříbodový ohyb trámce betonu 180 dní starého, $T = 20$ °C. Na záznamu je patrný zub způsobený pravděpodobně přetržením kamene pevně uchyceného v cementové pastě.



Obrázek 4.29: Lomová energie G_∞ nezávislá na tvaru vzorku a její vztah k lomové energii G_F vypočtené dle doporučení RILEMU.



Obrázek 4.30: Porovnání různých metod výpočtu lomových energií. G_c , G_{ce} a G_∞ jsou porovnány s G_F dle metodiky RILEMU.

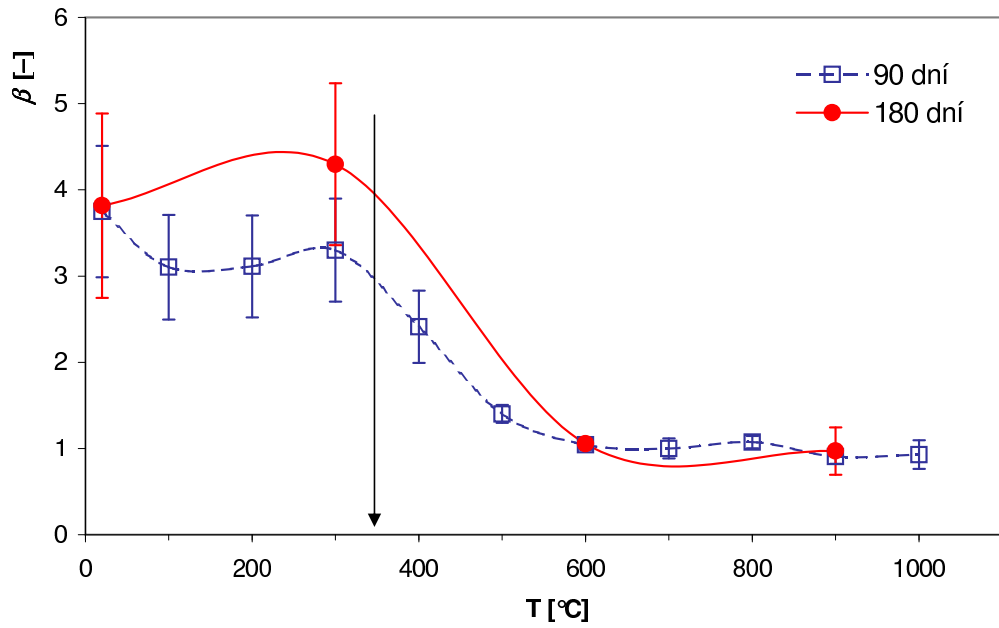


Obrázek 4.31: Chybějící část sestupné větve l - d křivky může být nahrazena vztahem ZHANGA ET AL. 3.25 b).

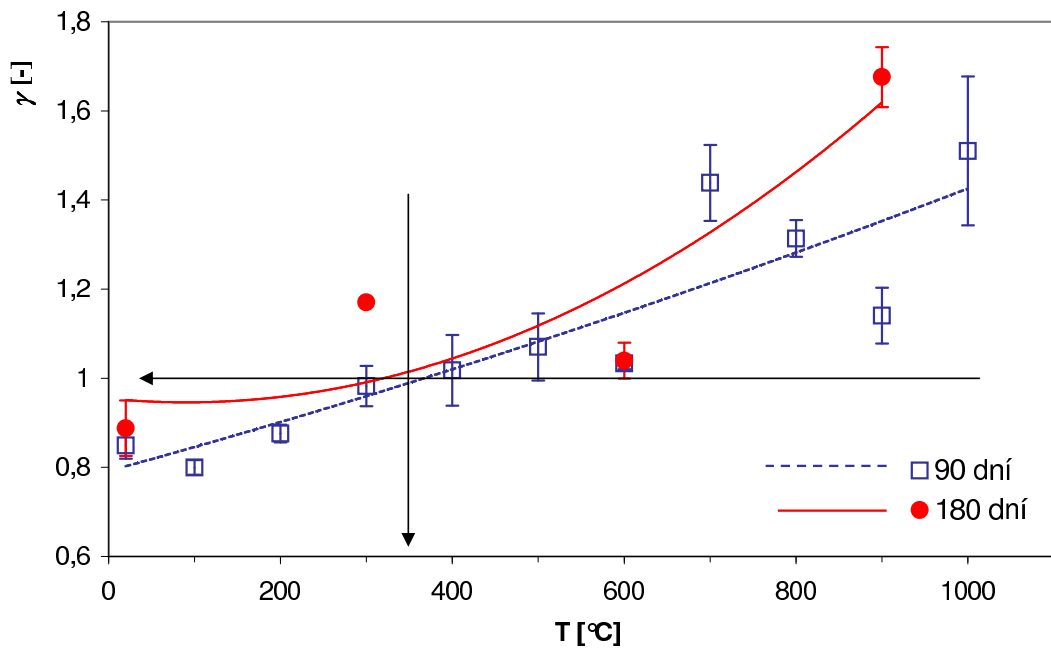
4.12 Modelování l - d diagramů matematickými funkcemi

Jak již bylo uvedeno a odůvodněno v části věnované určení lomové energie, pro odhad tvaru sestupné části l - d křivky je velmi vhodná funkce zavedená ZHANGEM ET AL. 3.25 (b). Proložení této funkce l - d křivkami získáme koeficient změkčení β a index změkčení γ . Hodnoty jsou uvedeny v tabulce 4.6 a na obrázku 4.32.

Význam koeficientu změkčení β a indexu změkčení γ je patrný z obrázku 4.33. ZHANG ET AL. jako kritérium křehkosti materiálu navrhli derivaci funkce 3.25 (b), tj. $\frac{dP(\delta)}{d\delta} = -\beta P_u (\delta - \delta_u)^{\gamma-1} \exp(-\beta (\delta - \delta_u)^\gamma)$ v maximu l - d křivky tj. v bodě $\delta = \delta_u$. Tato derivace nabývá hodnoty $-\infty$ pro $\gamma < 1$, hodnoty $-\beta P_u$ pro $\gamma = 1$, respektive je rovna nule v případě, že $\gamma > 1$. Parametr β tak je, coby kritérium křehkosti, prakticky vyřazen ze hry, protože γ je přesně rovno jedné jen zcela výjimečně. Derivace $\frac{dP(\delta)}{d\delta}$ je nespojitou funkcí γ a jako kritérium křehkosti není optimální (ke strukturním změnám velmi pravděpodobně nedochází skokem). Dále je zřejmé, že (a) při vlastním fitování metodou nejmenších čtverců je význam vrcholu l - d křivky poměrně malý (nemá větší váhu, než ostatní části křivky), a (b) pro křehké chování materiálu je významná derivace v širším okolí vrcholu než jen v tomto bodě samotném. Naštěstí pro nás nemusíme tento zajisté zapeklitý problém řešit: obecně platí, že čím je β větší, respektive γ menší, tím je materiál křehčí. V případě indexu γ je zlomovou hodnotou $\gamma = 1$. V našem případě koeficient β prudce klesá prakticky při stejné teplotě, při které hodnota indexu změkčení γ překračuje hodnotu $\gamma = 1$. Tuto teplotu ($\approx 350^\circ\text{C}$), respektive interval teplot ($300^\circ\text{C} - 500^\circ\text{C}$), je možné pova-



(a)



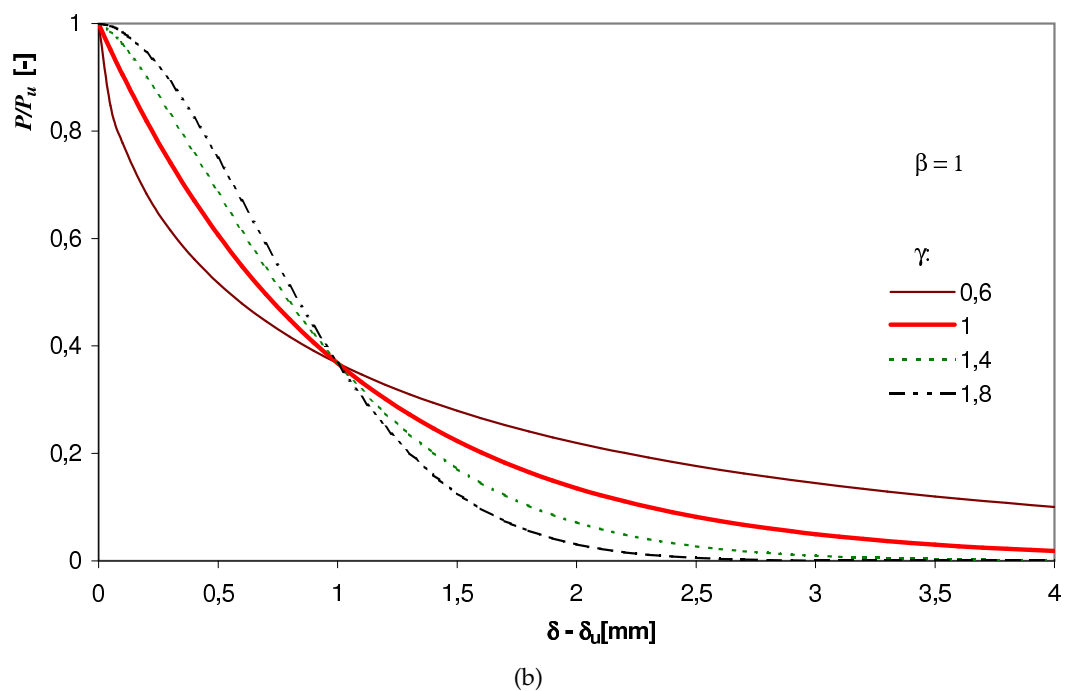
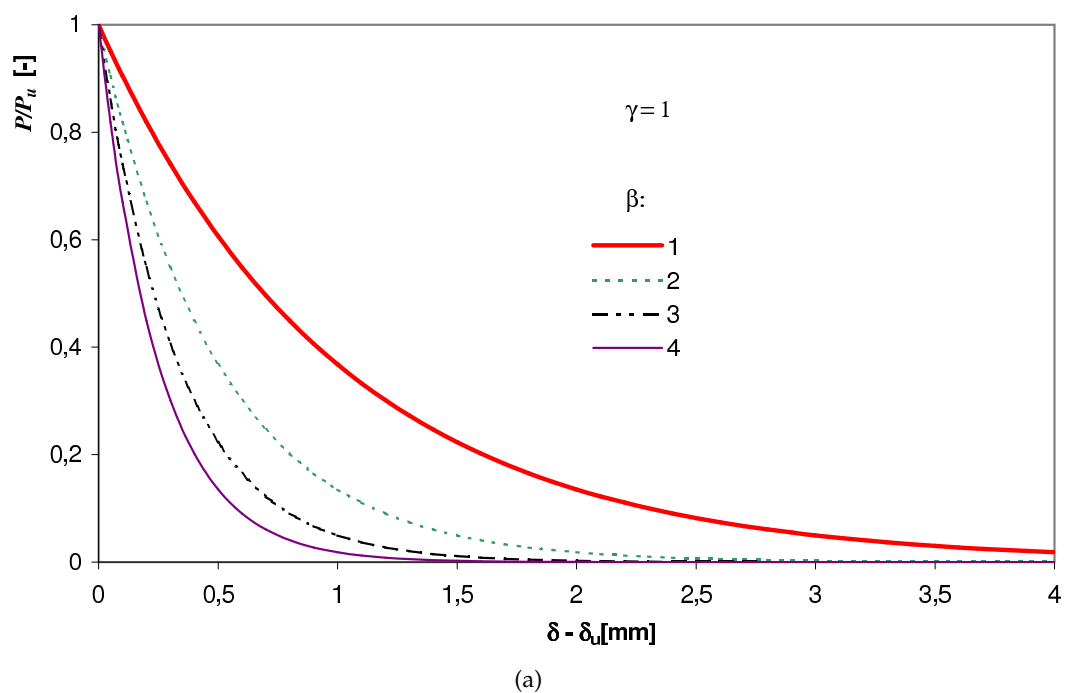
(b)

Obrázek 4.32: Koeficient změkčení β a index změkčení γ jako funkce teploty

Tabulka 4.6: Koeficient změkčení β a index změkčení γ jako funkce teploty

série	stáří [dní]	teplota [°C]	β [-]	$\Delta_{50}\beta$ [-]	γ [-]	$\Delta_{50}\gamma$ [-]
M	90	20	3,7	$\pm 0,8$	0,85	$\pm 0,02$
A	90	100	3,1	$\pm 0,6$	0,80	$\pm 0,02$
D	90	200	3,1	$\pm 0,6$	0,88	$\pm 0,02$
B	90	300	3,3	$\pm 0,6$	0,98	$\pm 0,05$
E	90	400	2,4	$\pm 0,4$	1,02	$\pm 0,08$
C	90	500	1,4	$\pm 0,1$	1,07	$\pm 0,08$
F	90	600	1,04	$\pm 0,06$	1,03	$\pm 0,01$
G	90	700	1,0	$\pm 0,1$	1,44	$\pm 0,08$
K	90	800	1,07	$\pm 0,07$	1,31	$\pm 0,04$
L	90	900	0,91	$\pm 0,08$	1,14	$\pm 0,06$
H	90	1000	0,9	$\pm 0,2$	1,5	$\pm 0,2$
U	180	20	2,8	$\pm 0,7$	0,66	$\pm 0,04$
R	180	300	4	± 1	1,170	$\pm 0,008$
S	180	600	1,06	$\pm 0,03$	1,04	$\pm 0,04$
T	180	900	1,0	$\pm 0,3$	1,68	$\pm 0,07$

žovat za kritickou teplotu, při které dochází k poměrně výraznému snížení křehkosti materiálu. Za povšimnutí stojí, že pro teploty vyšší než 500°C výrazně klesá chyba měření. Poznamenejme, že některé další sledované parametry (např. P_u a poněkud překvapivě i G_f) v této teplotní oblasti nevykazují žádné dramatické změny; jiné parametry (zejména a_{eu}) se v této oblasti teplot mění podobným způsobem jako koeficient a index změkčení. Samotná lomová energie G_f , i když je velmi oblíbená, tedy není dobrým a spolehlivým indikátorem změn křehkosti respektive houževnatosti, protože neobsahuje žádnou informaci o tvaru sestupné části *l-d* křivky.



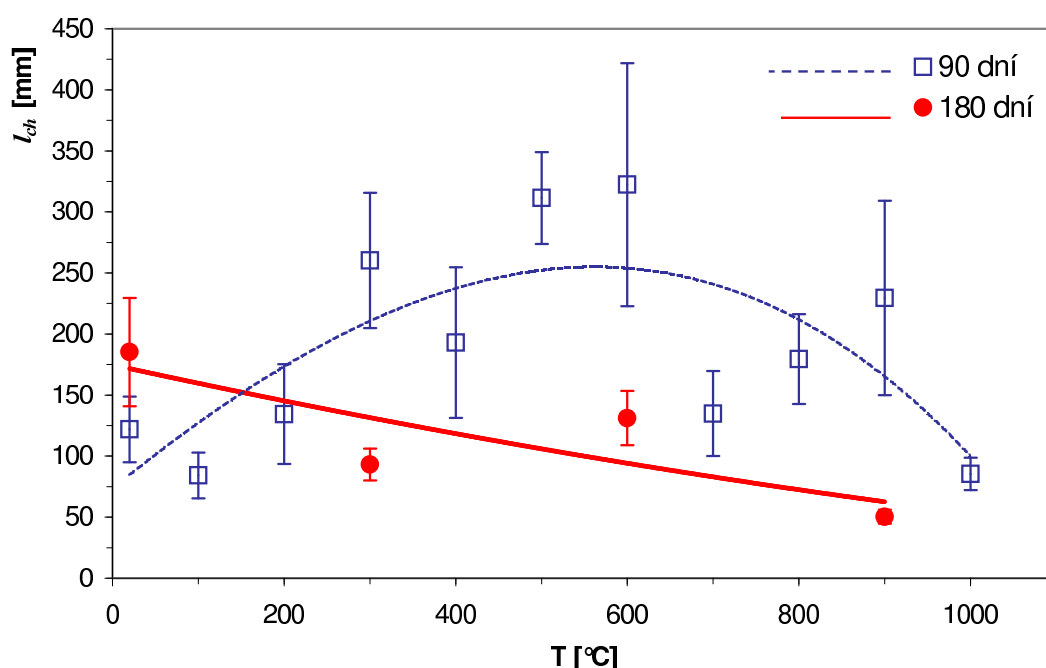
Obrázek 4.33: Ilustrace fyzikálního významu koeficientu změkčení a indexu změkčení

4.13 Model fiktivní trhliny

4.13.0.1 Charakteristická délka l_{ch}

K výpočtu charakteristické délky použijeme vztah 3.17, přičemž postačí, když namísto E' použijeme E^{16} . Chyba, které se tím dopustíme, je menší než 4%, protože Poissonovo číslo ν má v případě betonu hodnotu $\approx 0,2$. Jak víme z kapitoly 3.3.2, experimentálně určená kritická hnací G_c vůbec neodpovídá energii na vytvoření jednotkové plochy trhliny g_F . Jako nejlepší možný odhad g_F použijeme proto lomovou energii G_∞ .

PLANASŮV vztah 3.18 použijeme k odhadnutí konstanty w_1 modelu efektivní trhliny (viz obrázek 3.7 (a)).



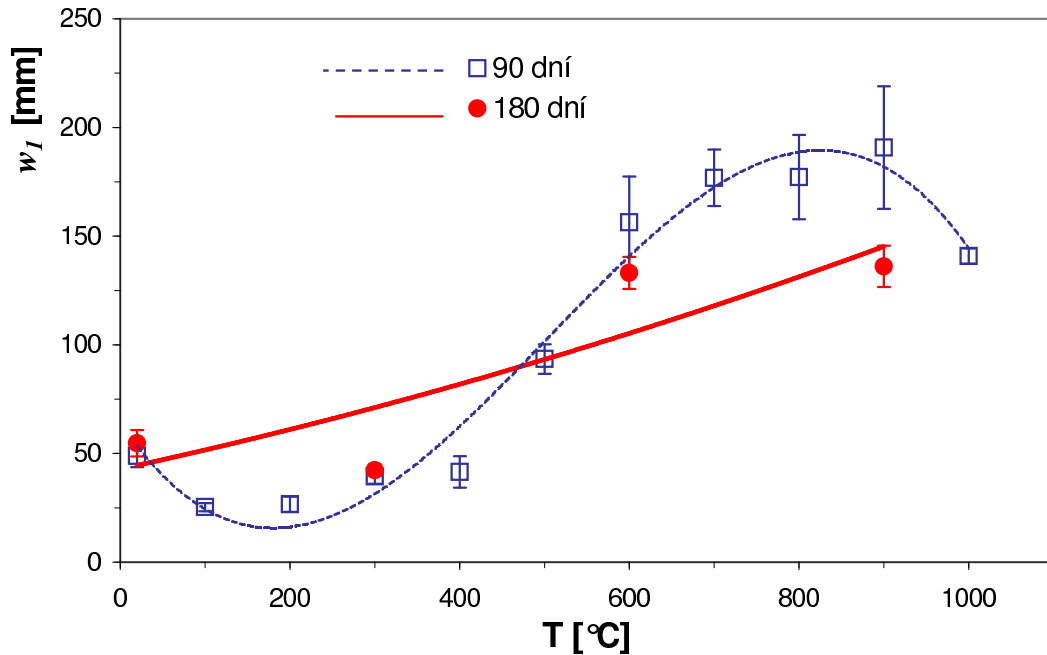
Obrázek 4.34: Charakteristická délka jako funkce teploty

4.14 Nespecifické lomové charakteristiky

4.14.1 Index křehkosti \mathcal{B}

Křehkost obecně je vnímána jako schopnost konstrukce se „zřít“ bez předchozího varování; čím křehčí je konstrukce, tím menší je přetrvávající plastická deformace

¹⁶důvodem pro toto zjednodušení je především fakt, že stav napjatosti přesně neznáme (nejedná se o rovinný problém, napjatost i deformace jsou trojsové).

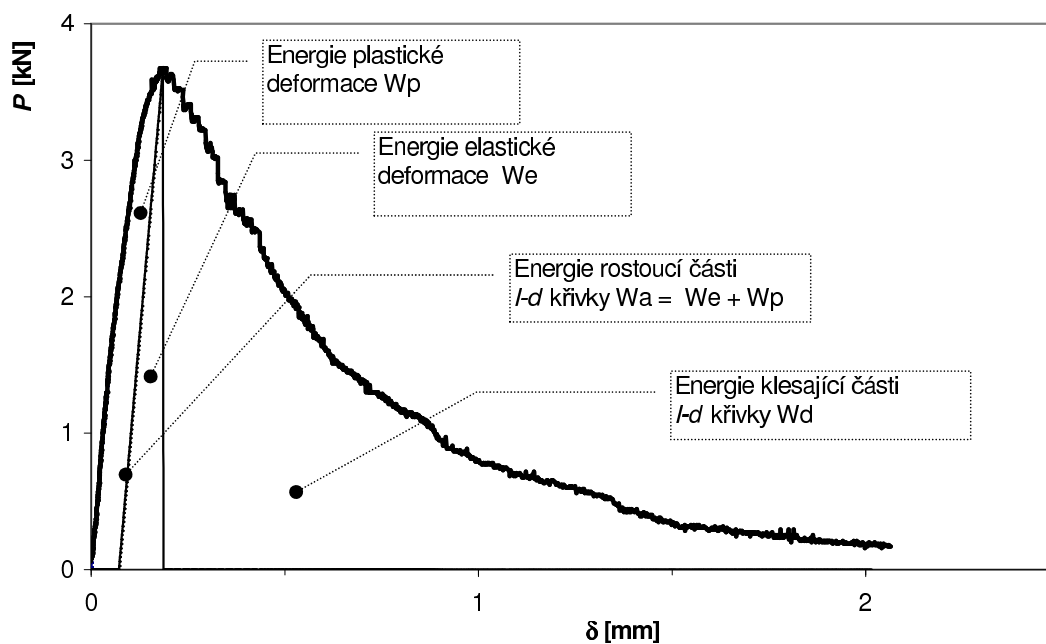


Obrázek 4.35: Konstanta w_1 modelu fiktivní trhliny určená orientačně pomocí vztahu 3.18.

předcházející destrukci. Ke křehkému chování mají sklon takové konstrukce, ve kterých je při dosažení meze pevnosti nahromaděn dostatek potenciální elastické energie (U_e - viz obrázek 4.36), aby dokázal zcela pokrýt energetické požadavky šířící se trhliny (G). Je to problém především masivních konstrukcí (mezi které samozřejmě patří i kontejnment JE), protože elastická energie roste úměrně objemu ($\sim l^3$), zatímco lomová práce roste s plochou trhliny ($\sim l^2$, kde l je charakteristický rozměr konstrukce). Jako index křehkosti je proto smysluplné definovat podíl energie potřebné k úplné destrukci vzorku a potenciální elastické energie, tj.

$$B = \frac{W_f}{U_e}. \quad (4.12)$$

Pro stanovení indexu křehkosti potřebujeme určit množství elastické energie, tj. potenciální energie, která se ze vzorku uvolňuje dojde-li k odtížení při maximální hodnotě působící síly. Tato energie přispívá k šíření trhliny a je proto důležitá pro stanovení, zda materiál vykazuje křehké chování, či nikoliv. Nejlepším známým způsobem jak tuto energii určit je odtížení vzorku při dosažení maxima síly P_u . Tyto odtěžovací křivky nemáme k dispozici, proto se musíme spokojit s odhadem, který je zřejmý z obrázku 4.36. Z vrcholu l - d křivky spustíme dvě úsečky, jedna je kolmá na osu x , druhá má směrnici rovnou tuhosti trámce, tj. \mathcal{E}_0 . Plocha mezi těmito úsečkami je rovna hledané elastické energii U_e . Výsledky pro naši studovnou sérii vzorků jsou prezentovány na obrázku 4.37 (a).



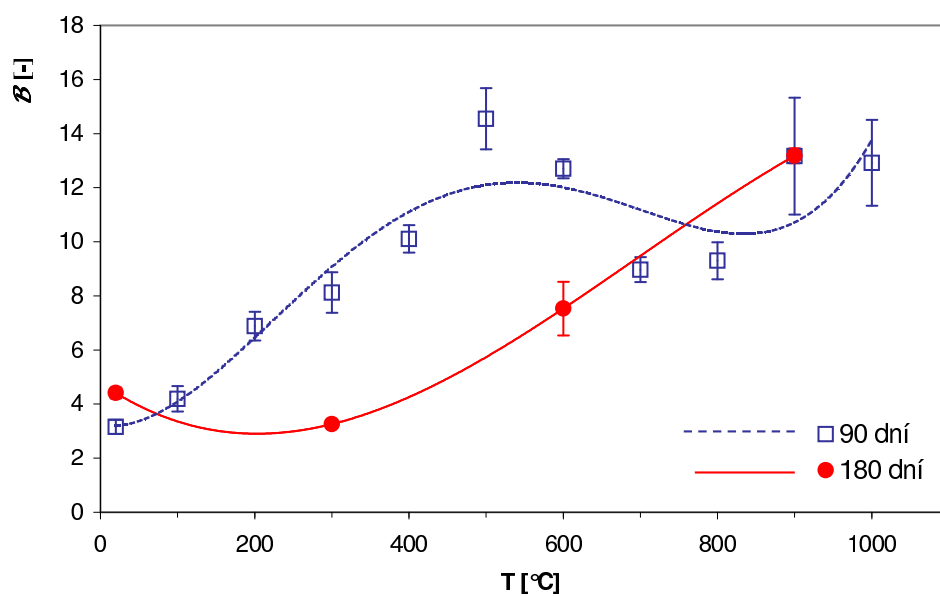
Obrázek 4.36: Ilustrace zavedení W_a , W_d , W_p , a U_e v $l-d$ diagramu.

4.14.2 Index plastické deformace \mathcal{P}

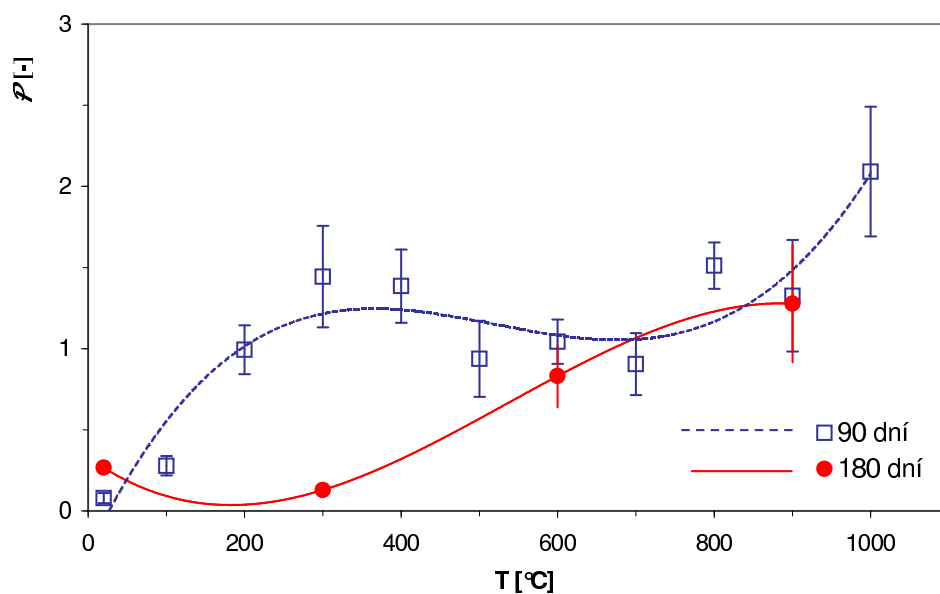
Tento index vyjadřuje do jaké míry materiál vykazuje plastické chování. Je zaveden jako poměr plastické energie a potenciální elastické energie v okamžiku dosažení meze pevnosti, tj.

$$\mathcal{P} = \frac{W_p}{U_e}. \quad (4.13)$$

Výsledky pro námi studovnou sérii vzorků jsou prezentovány na obrázku 4.37 (b).



(a) Index křehkosti



(b) Index plastické deformace

Obrázek 4.37: Index křehkosti a index plastické deformace

Shrnutí, závěry a diskuse

K popisu chování masivních betonových konstrukcí typu ochranné obálky jaderné elektrárny potřebujeme znát kritický faktor intenzity napětí respektive kritickou hnací sílu trhliny betonu, jeho hodnotu však pomocí experimentů na vzorcích konečné velikosti není možné spolehlivě určit. Při hodnocení vlivu vysokých teplot na spolehlivost a odolnost takovýchto konstrukcí musíme tedy použít jiné parametry vystihující křehkost respektive lomovou houževnatost materiálu. Takovými parametry jsou lomová energie a tvar lomové křivky.

Lomová energie podle metodiky RILEMU je v zásadě dostačujícím parametrem pro porovnání lomových vlastností pokud jsou experimenty prováděny na vzorcích stejného rozměru, není však materiálovým parametrem. V této práci byla navržena zcela nová metodika pro určování lomové energie nezávislé na rozměrech vzorku a na rozměrech lomové procesní zóny. Takto určená lomová energie je materiálovým parametrem a může být proto lépe použita pro posuzování konstrukcí z hlediska odolnosti proti šíření trhlin.

Dále bylo určeno množství různých více či méně standardních parametrů nelineární lomové mechaniky, například kritická hnací síla trhliny G_c a kritický faktor intenzity napětí K_{Ic} . Pro tyto účely byl vytvořen originální postup výpočtu délky efektivní trhliny (vztah 4.2).

Bylo zjištěno, že ze všech posuzovaných parametrů nelineární lomové mechaniky koeficient změkčení β a index změkčení γ indikují nejcitlivěji změnu reziduální křehkosti betonu v závislosti na teplotě. Tyto parametry kvantitativně popisují změnu tvaru křivek získaných tříbodovým ohybem trámů. Koeficient změkčení β ani index změkčení γ nejsou na rozdíl od jiných parametrů příliš ovlivněny stářím vzorků v době zahřívání což významným způsobem urychluje experimentální práci. K významnému poklesu křehkosti betonu dochází při teplotě kolem 350 °C (obrázky 4.32 na straně 68). Přestože při těchto teplotách dochází již k poměrně významné ztrátě pevnosti (což je podstatné u subtilních konstrukcí), lomová energie zůstává prakticky konstantní až do teplot kolem 600 °C (obrázek 4.29 na straně 65).

Můžeme tedy učinit závěr, že masivní betonové konstrukce, u kterých je rozhodujícím kritériem lomová houževnatost a nikoliv pevnost, mají po šokovém ohřevu do 600 °C ještě dostatečnou zbytkovou odolnost.

U betonu vystaveného působení vysokých teplot lze tedy z pohledu jeho křehkosti rozlišit dvě přechodové teploty a to přibližně 350 °C a 600 °C. Obě tyto teploty jsou také zřetelnými přechodovými teplotami v distribuci nanopórů a lze pro ně nalézt vysvětlení i na DTA křivce¹ a přechodová teplota 350 °C je patrná i na křivce teplotní závislosti diferenciální délkové teplotní roztažnosti.

Doporučení a úkoly pro příští výzkum

- Během zpracování výsledků byl zaznamenán pozoruhodný nárůst statického modulu pružnosti při teplotách kolem 300 °C u mladého 90-ti denního betonu. Pro tento jev nebylo v literatuře nalezeno žádné vysvětlení. Bylo by tedy vhodné se tomuto jevu v budoucnu podrobněji věnovat.
- Pevnostní a lomové charakteristiky betonu jsou zřejmě výrazně ovlivňovány jeho vlhkostí. Lze doporučit studium těchto charakteristik u betonu zahřívaného při zvýšené vlhkosti (a tlaku).
- Je zřejmé, že při teplotách kolem 350 °C dochází v betonu k zásadním strukturálním změnám (vzrůst modulu pružnosti u mladých betonů, pokles křehkosti u betonů všeho stáří). Je třeba provést hlubší rozbor z hlediska chemie betonu, teplotních změn porézní struktury atp.
- Metodiku výpočtu lomové energie nezávislé na rozměrech vzorků G_{∞} by bylo vhodné převést z tabulkového procesoru Excel do prakticky použitelné formy, tj. do nějakého rozumného výpočtového jazyka a také dalšími experimenty ověřit její platnost.

¹Při 350 °C je rychlost dehydratace kalciumsilikát- a kalciumalumináthydrátů největší, v intervalu 600 °C–800 °C dochází k fázové přeměně křemene, rozkladu portlanditu a posléze k dekarbonataci CaCO_3 .

Literatura

- [1] Bisheng Zhang, Nenad Bicanic, Christopher J. Pearce, and Gojko Balabanic. Assesment of toughness of concrete subjected to elevated temperatures from complete load-displacement curve, part 1: General introduction. *ACI Materials Journal*, September-October:550–555, 2000.
- [2] A. Hillerborg. Analysis of one single crack. In Wittmann [96], pages 223–249.
- [3] A. A. Griffith. The phenomenon of rupture and flow in solids. *Phil. Trans. Royal Soc*, (A 221):1031–1046, 1921.
- [4] Rilem Commitee FMC-50. Determination of the fracture energy of mortar and concrete by means of the three-point-bend tests on notched beams. *Materials and Structures*, 18:285–290, 1985.
- [5] Miroslav Stibor. *Lomové parametry kvazikřehkých materiálů a jejich určování*. Doktorská disertační práce, VUT FAST, Brno, 2004.
- [6] Zdeněk Bažant, editor. *Proceedings of The First International Conference on Fracture Mechanics Of Concrete Structures FramCoS 1*, Breckenridge, 1992. Elsevier Science Publishers Ltd.
- [7] ČSN EN 123 90-3, Zkoušení ztvrdlého betonu - Stanovení pevnosti betonu v tlaku, ČNI, Praha.
- [8] ČSN EN 123 90-5, Zkoušení ztvrdlého betonu - Stanovení pevnosti betonu v tahu ohybem, ČNI, Praha.
- [9] ČSN EN 123 90-6, Zkoušení ztvrdlého betonu - Stanovení pevnosti v příčném tahu zkušebních těles, ČNI, Praha.
- [10] Zdeněk P. Bažant and L. Cedolin. *Stability of Structures: Principles of Elastic, inelastic and damage theories*. Oxford University Press, New York, 1990.
- [11] Y. R. Rashid. Analyses of prestressed concrete pressure vessels. *Nuclear Engineering an Design*, 7(4):334–355, 1985.

- [12] C. E. Inglis. Stress in plate due to the presence of cracks and sharp corners. *Trans. Inst., Naval Architects*, 55:219–241, 1913.
- [13] Jiří Kunz. *Základy lomové mechaniky*. FJFI ČVUT, Praha, 2000.
- [14] J. A. Kies. Toughness testing of hot stretched acrylics. In *Proc of Aircraft Industries Association and Air Development Command joint Conference*, Dayton, 1955.
- [15] B. Cotterell. The past, present, and future of fracture mechanics. *Engineering Fracture Mechanics*, 69(5):533–553, 2002.
- [16] P. Kumar Mehta and Paulo J. M. Monteiro. *Concrete: Microstructure, Properties and Materials*. Prentice Hall, New Jersey, 2001.
- [17] ČSN EN ISO 12737, ČNI, Praha .
- [18] G. R. Irwin. Plastic zone near a crack and fracture toughness. In *Sagamore Res. Ord. Materials, Proceedings of 7th Conference*, pages 4–63, 1960.
- [19] P. Nallathambi and B. L. Karihaloo. Determination of size-independent fracture toughness of plain concrete. *Magazine of Concrete Research*, 38(135):67–76, 1986.
- [20] A. Hilleborg, Modéerer, and P. E. Petersson. Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements. *Cement and Concrete Research*, 6:773–781, 1976.
- [21] Zbyněk Keršner, Drahomír Novák, Ladislav Řoutil, David Lehký, and Josef Knížek. Fracture-mechanical parameters of fibre-reinforced cement-based composite for statistical modelling. In Bílek and Keršner [94], pages 548–553.
- [22] James H. Hanson and Anthony R. Ingraffea. Using numerical simulations to compare the fracture toughness values for concrete from the size-effect, two parameter and fictitious crack models. *Engineering Fracture Mechanics*, 70(7–8):1015–1027, 2003.
- [23] L. F. Martha, L. J. Gray, and A. R. Ingraffea. Three dimensional fracture simulation with single domain, direct boundary element formulation. *International Journal on Numerical Methods in Engineering*, 35:1927–1921, 1992.
- [24] M. Elices and J. Planas. Fracture mechanics parameters of concrete. *Advanced Cement Based Materials*, 4:116–127, 1996.
- [25] J. Planas, G. V. Guinea, and M. Elices. Size-effect and inverse analysis in concrete fracture. *International Journal of Fracture*, 95:367–378, 1998.
- [26] Ragıp Ince. Prediction of fracture parameters of concrete by artificial neural networks. *Engineering Fracture Mechanics*, 71(15):2143–2159, 2004.

- [27] Kai Duan, Xiaozhi Hu, and F. H. Wittmann. Boundary effect on concrete fracture and non-constant fracture energy distribution. *Engineering Fracture Mechanics*, 70(16):2257–2268, 2003.
- [28] Kai Duan, Xiao-Zhi Hu, and Folker H. Wittmann. Thickness effect on fracture energy of cementitious materials. *Cement and Concrete Research*, 33(4):499–507, 2003.
- [29] K. Duan, X. Z. Hu, and F. H. Wittmann. Boundary effect on concrete fracture induced by non-constant fracture energydissipation. In *FramCoS 4* [97], pages 49–55.
- [30] H. M. Abdalla and B. L. Karihaloo. Determination of size-independent specific fracture energy of concrete fromthree-point bend and wedge splitting tests. *Magazine of Concrete Research*, 55:133–141, 2003.
- [31] A. Modeer. A fracture mechanics applied to failure of analysis of concrete materials. Report tvbm-1001, Division of building materials, University of Lund, Sweden, 1979.
- [32] M. Elices, G. V. Guinea, and J. Planas. Measurement of the fracture energy using three-point bend tests: part 3,influence of cutting the p-d tail. *Materials and Structures*, 25:327–334, 1992.
- [33] B. L. Karihaloo and H. M. Abdalla. A simple method for determination of the true specific fracture energy ofconcrete. In Bílek and Keršner [94], pages 415–432.
- [34] X. Hu and F.H Wittmann. Size effect on toughness induced by crack close to free surface. *Engineering Fracture Mechanics*, 65:209–211, 2000.
- [35] J. M. I. Reis and A. J. Ferreira. The influence of notch depth on the fracture mechanics properties of polymerconcrete. *International Journal of Fracture*, 124:33–42, 2003.
- [36] B. Barr and M. K. Lee. Modelling of the strain softening behaviour of plain concrete using a double-exponencialmodel. *Magazine of Concrete Research*, 34:33–53, 2003.
- [37] Petr Frantík, Zbyněk Keršner, and Ladislav Řoutil. Aplikace 2e modelu: modifikace určení parametrů. In *Česko-Slovenská konference Experiment 04*, VUT FAST v Brně, Brno, 2004.
- [38] Aleš Kutín. Modelování lomově-mechanických parametrů betonu. Diplomová práce, VUT FAST, Brno, 2005.

- [39] Bisheng Zhang, Nenad Bicanic, Christopher J. Pearce, and Gojko Balabanic. Assessment of toughness of concrete subjected to elevated temperatures from complete load-displacement curve, part 2: Experimental investigation. *ACI Materials Journal*, September-October:556–566, 2000.
- [40] P. R. Ellis. Analysis of mortars by differential thermal analysis. 12–14 May 1999.
- [41] Sidney Mindess. The applicatin of fracture mechanics to cement and concrete. A historicalreview. In Wittmann [96], pages 1–30.
- [42] Zdeněk P. Bažant and Maurice F. Kaplan. *Concrete at High Temperatures: Material Properties and Mathematical Models*. Longman Ltd, Harlow, 1996.
- [43] S. E. Pihlajavaara. An analyses of the factors exerting effect on strength and other propertiesof concrete at elevated temperatures. In *ACI Special Publication 341* [98], pages 347–354.
- [44] D. J. Hannant. Effect of heat on concrete strength. *Engineering*, 203(21), 1964.
- [45] V. V. Bertero and M. Polivka. Influence of thermal exposure on mechanical characteristics of concrete. In *ACI Special Publication 341* [98], pages 505–531.
- [46] F. L. Feldman and P. J. Sereda. *Engineering Journal*, 53:53–59, 1970.
- [47] Bisheng Zhang, Nenad Bicanic, Christopher J. Pearce, and Phillips David V. Relationship between brittleness and moisture loss of concrete exposed to high temperatures. *Cement and Concrete Research*, 32(3):363–371, 2002.
- [48] F. H. Wittmann. In *Hydraulic cement pastes*, pages 96–117, University of Sheffield, Wexham Springs, 1976.
- [49] František Vodák, Karel Trtík, Olga Kapičková, and Pavel Demo. The effect of temperature on strength-porosity relationship for concrete. *Construction and Building Materials*, 18(7):529–534, 2004.
- [50] D. R. Lankart, D. L. Birkimer, F. Fondriest, and M. J. Snyder. Effect of moisture content on the structural properties of portland cementconcrete exposed to temperatures up to 500F. In *ACI Special Publication 25* [99], pages 59–109.
- [51] I. Janotka and L. Bágel. Bound water content, permeability and residual compressive strength of concreteat high temperatures. In Dhir et al. [95], pages 51–58.
- [52] Šárka Hošková. *Vliv teploty na porézni strukturu a pevnost betonu*. Doktorská disertační práce, FSv ČVUT Praha, 2003.
- [53] R. Felicetti, P. G. Gambarova, and M. Semiglia. Residual capacity of hsc thermally damaged deep beams. *Journal of Structural Engineering*, 125(3):319–327, 1999.

- [54] Vítězslav Vydra, František Vodák, and Olga Kapičková and Šárka Hošková. Effect of temperature on porosity of concrete for nuclear safety structures. *Cement and Concrete Research*, 31(7):1023–1026, 2001.
- [55] F. Vodák et al. Effect of temperature and thermal cycling on porosity of concrete of nuclear safety structures. In *Durability of concrete. Vol. Supl*, pages 527–536, ACI, Dayton, 2000.
- [56] František Vodák et al. Trvanlivost a stárnutí betonových konstrukcí jaderných elektráren. Závěrečná zpráva o řešení projektu, Fakulta stavební ČVUT, Praha, 2000.
- [57] František Vodák et al. Experimental study of relation among elevated temperature exposure, strength and structure of concrete employed in containment of "npp temelín". Závěrečná zpráva o řešení projektu, International Atomic Energy Agency, Vienna, 2001.
- [58] František Vodák et al. Tables of physical properties of concretes for nuclear-safety structures. CTU reports No. 5, Vydavatelství ČVUT, Praha, 2000.
- [59] O. Kapičková, H. Klokočnicková, and F. Vodák. Determination of cement stone texture by porogram analysis. *Acta Polytechnica*, 39:53–59, 1999.
- [60] Š. Hošková, O. Kapičková, and F. Vodák. Temperature effect on nanoporosity of concrete of nuclear-safety-related structures. *Acta Polytechnica*, 39(3):23–31, 1999.
- [61] Vítězslav Vydra. Determination of size independent specific fracture energy of concrete. In *Proceedings of international workshop Physical and Material Engineering 2005*, pages 228–231, Prague, 2005.
- [62] Ravindra Gettu, Pere c. Prat, and Mohamad Taghi Kazemi. Material brittleness from nonlinear fracture mechanics. In Bažant [6], pages 430–436.
- [63] Hirozo Mihashi. Material structure and tension softening properties of concrete. In Bažant [6], pages 239–250.
- [64] Sherif S. Morcos and Reidar Bjorhovde. Fracture criteria of concrete. In Bažant [6], pages 169–172.
- [65] Byung Hwan Oh. Fracture energy of concrete and equivalent crack length. In Bažant [6], pages 419–423.
- [66] Miroslav Vořechovský, Zdeněk P. Bažant, and Drahomír Novák. Procedure of statistical size effect prediction for crack initiation problems. In Bílek and Keršner [94], pages 433–438.
- [67] Folker H. Wittmann. Fracture process zone and fracture energy. In Bažant [6], pages 391–403.

- [68] Jiří Šejnoha and Jitka Bittnarová. *Pružnost a pevnost 10*. FSv ČVUT, Praha, 2003.
- [69] Zdeněk P. Bažant and Emilie Becq-Giraudon. Statistical prediction of fracture parameters of concrete and implications for choice of testing standard. *Cement and Concrete Research*, 32(4):773–781, 2002.
- [70] R. V. Balendran, Abid Nadaem, Tayyab Maqsood, and H. Y. Leung. Flexural and split cylinder strengths of hsc at elevated temperatures. *Fire Technology*, 39:47–61, 2003.
- [71] Amit Barde. Early age flexural behaviour of cementitious systems and factors affecting maturity based predictions. Master's thesis, Purdue University, USA, 2004.
- [72] Zdeněk Bittnar and Jiří Šejnoha. *Numerical Methods in Structural Mechanics*. ASCE Press, New York, 1996.
- [73] A. Hilleborg. The theoretical basis of method to determine the fracture energy g_f of concrete. *Materials and Structures*, 18(106):291–296, 1986.
- [74] Xiaozhi Hu and Kai Duan. Influence of fracture process zone height on fracture energy of concrete. *Cement and Concrete Research*, 34:1321–1330, 2003.
- [75] X. Z. Hu and F. H. Wittmann. Fracture energy and fracture process zone. *Materials and Structures*, 25:319–326, 1992.
- [76] I. Janotka and S. C. Mojumdar. Thermal analysis of the evaluation of concrete damage by high temperatures. *Journal of thermal analyses and calorimetry*, 81:197–203, 2005.
- [77] I. Janotka and T. Nürnbergerová. Concrete behaviour in reactor envelope of a NPP at temperatures up to 200°C. *The Arabian journal for science and engineering*, 24:19–32, 1999.
- [78] Milan Jirásek. *Numerical modeling of deformation and failure of materials*. ČVUT, Praha, 2003.
- [79] B. L. Karihaloo. *Fracture Mechanics & Structural Concrete*. Longman Group Ltd., Essex, 1995.
- [80] V. K. R. Kodur, Fu-Ping Cheng, Tien chih Wang, and M. A. Sultan. Effect of strength and fiber reinforcement on fire resistance of high-strength concrete columns. *Journal of Structural Engineering*, 129(2):253–259, 2003.
- [81] Minoru Kunieda, Norihiko Kurihara, Yuichi Uchida, and Keitetsu Rokugo. Application of tension softening diagrams to evaluation of bond properties at concrete interfaces. *Engineering Fracture Mechanics*, 65(2–3):299–315, 2000.

- [82] O. Michalko, P. Semerák, and V. Vydra. Zkoušení betonu ultrazvukovým povrchovým vlněním. In *Zborník konference Stavebné materiály a skúšobníctvo*, pages 149–151, Bratislava, Orgware, 2001.
- [83] K. Miled, R. Le Roy, K. Sab, and C. Boulay. Compressive behavior of an idealized eps lightweight concrete: size effects and failure mode. *Mechanics of Materials*, 36(11):1031–1046, 2003.
- [84] D. J. Naus, C. Seni, and V. Vydra et al. Assessment and management of ageing of major nuclear power plant components important to safety: Concrete containment buildings. IAEA-TECDOC 1025, International Atomic Energy Agency, Vienna, June 1998.
- [85] G. Appa Rao and B. K. Raghu Prasat. Fracture energy and softening behaviour of high-strength concrete. *Cement and Concrete Research*, 32(2):247–252, 2002.
- [86] Rilem. Determination of fracture parameters K_{IC}^S , $CTOD_c$ of plain concrete using three-point-bend tests. *Materials and Structures*, 23:457–460, 1990.
- [87] Rilem. Size-effect method for determining fracture energy and process zone size of concrete. *Materials and Structures*, 23:461–465, 1990.
- [88] Rilem Committee 44-PHT. In U. Schneider, editor, *Behaviour of concrete at high temperatures*. Kassel University Germany, 1985.
- [89] Angelo Simone. *Continuous-Discontinuous Modelling of Failure*. Doktorská disertační práce, Technische Universiteit, Delft, 2003.
- [90] Vít Sopko. *Radiační křehnutí betonu*. Doktorská disertační práce, FSv ČVUT Praha, 2003.
- [91] Canan Tasdemir, Mehmet A. Tasdemir, Frak D. Lydon, and Ben I. G. Barr. Effect of silica fume and aggregate size on the brittleness of concrete. *Cement and Concrete Research*, 26(1):63–68, 1996.
- [92] Shilang Xu and Hans W. Reinhardt. Determination of double- k criterion for crack propagation in quasibrittle fracture. Part I: Experimental investigation of crack propagation. *International Journal of Fracture*, 98:111–149, 1999.
- [93] Byung-Wan Yo and Ghi-Ho Tae. Experimental study on fracture energy of low-heat concrete by three-point-bend tests. *Journal of Non-destructive testing*, 37(12):907–915, 2001.
- [94] Vlastimil Bílek and Zbyněk Keršner, editors. *2nd International Symposium Non-Traditional Cement and Concrete*, Brno, 2005. VUT FAST Brno, ŽPSV Uherský Ostroh.

- [95] Ravindra K. Dhir, Kevin A. Paine, and Mun Cheong Tang, editors. *Proceedings of the International Conference Global Construction: Ultimate Concrete Opportunities*, Dundee, 2005. Thomas Telford.
- [96] F. H. Wittmann, editor. *Fracture Mechanics Of Concrete*. Elsevier Science Publishers Ltd, 1983.
- [97] *Proceedings of The Fourth International Conference on Fracture Mechanics Of Concrete Structures FramCoS 4*, Rotterdam, 2001. Elsevier Science Publishers Ltd.
- [98] *International Seminar on concrete for nuclear reactors. ACI Special Publication no. 34, Vol. 1*, Detroit, 1972. ACI.
- [99] *Temperature and concrete. ACI Special Publication no. 25*, Detroit, 1971. ACI.

Vlastní publikace vztahující se k této práci²

D. Naus, C.Seni, V. Vydra et al. Assessment and management of ageing of major nuclear power plant components important to safety: Concrete containment buildings. IAEA-TECDOC-1025, International Atomic Energy Agency, Vienna, June 1998.

Vítězslav Vydra. Determination of size independent specific fracture energy of concrete. In *Proceedings of international workshop Physical and Material Engineering 2005*, strana 228–231, Prague, 2005.

Vítězslav Vydra, František Vodák, Olga Kapičková a Šárka Hošková. Effect of temperature on porosity of concrete for nuclear safety structures. *Cement and Concrete Research*, 31(7):1023–1026, 2001.

František Vodák et al. Trvanlivost a stárnutí betonových konstrukcí jaderných elektráren. Závěrečná zpráva o řešení projektu, Fakulta stavební ČVUT, Praha, 2000.

O. Michalko, P. Semerák, & V. Vydra. Zkoušení betonu ultrazvukovým povrchovým vlněním. In *Zborník konference Stavebné materiály a skúšobníctvo.*, strana 149–151, Bratislava, Orgware, 2001.

F. Vodák et al. Effect of temperature and thermal cycling on porosity of concrete of nuclear safety structures. In *Durability of concrete. Vol. Supl.*, strana 527–536, ACI, Dayton, 2000.

František Vodák et al. Experimental study of relation among elevated temperature exposure, strength and structure of concrete employed in containment of "NPP in". Závěrečná zpráva o řešení projektu, vypracováno pro International Atomic Energy Agency, Vienna, 2001.

František Vodák et al. Tables of physical properties of concretes for nuclear-safety structures. CTU reports No. 5, ČVUT, Praha, 2000.

²U některých publikací byl autor členem publikujícího týmu.